



**Viriato da Costa
Oliveira Fernandes**

**Fissuração transversal e delaminação em
laminados cruzados**



**Viriato da Costa
Oliveira Fernandes**

**Fissuração transversal e delaminação em
laminados cruzados**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, realizada sob a orientação científica dos Professores Doutores Alfredo Balacó de Moraes e António Manuel de Bastos Pereira, do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro.

Dedico este trabalho à minha mãe, ao meu pai e ao meu irmão por todo o apoio e tudo o que fizeram por mim.

o júri

presidente

Prof. Doutor Rui Pedro Ramos Cardoso

professor associado do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro

Prof. Doutor José Joaquim Lopes Morais

professor associado do Departamento de Engenharias da Escola de Ciências e Tecnologia da Universidade de Trás-Os-Montes e Alto Douro.

Prof. Doutor Alfredo Manuel Balacó de Morais

professor associado do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro

Prof. Doutor António Manuel de Bastos Pereira

professor associado do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro

agradecimentos

Ao meu orientador, Professor Doutor Alfredo Balacó de Moraes, por toda a disponibilidade, ajuda e paciência. Foi uma honra ter um orientador dotado de tanto conhecimento e disposição para ensinar.

Ao meu co-orientador António Manuel de Bastos Pereira por toda a ajuda e acompanhamento na componente experimental. Foi um prazer testemunhar a sua capacidade de previsão e solução dos problemas.

Aos meus amigos por me proporcionarem tão bons momentos de convívio ao longo destes anos.

À minha família por toda a motivação e confiança depositada em mim.

Ao ABC de Nelas por todos os anos de desafios em equipa e por me ter proporcionado a oportunidade saber o que o “amor à camisola” realmente significa.

palavras-chave

Compósitos de matriz polimérica, laminados cruzados, delaminação, fissuração transversal, tracção, flexão em 4 pontos, rigidez.

resumo

Um dos modos de rotura mais comuns dos laminados compósitos é a fissuração transversal, fenómeno que tem sido objecto de muita investigação. Neste trabalho realizou-se um estudo experimental com laminados cruzados $[(0/90)_6/0]$, $[(0/90_2)_4/0]$ e $[(0/90_3)_3/0]$, designados por L1, L2 e L3, respectivamente, que foram sujeitos a ensaios de tracção e de flexão. Os objectivos principais eram avaliar o efeito da fissuração transversal nas perdas de rigidez e a influência do agrupamento de camadas a 90° na tensão de início de fissuração transversal.

Nos ensaios de tracção observou-se claramente fissuração transversal, mas esta afectou muito pouco a rigidez do laminado. A tensão de início de perda de rigidez foi menor para o laminado L3, com mais camadas agrupadas a 90° . De registar as elevadas tensões longitudinais de rotura das camadas a 0° , que impediram o ensaio até à rotura dos laminados L1 por limitação da capacidade de carga da máquina de ensaios disponível.

Por outro lado, nos ensaios de flexão houve perdas de rigidez mais notórias. Todavia, não se observaram fissuras transversais, o que indica que as referidas perdas de rigidez se deveram muito provavelmente a comportamento tensão-deformação não-linear das camadas a 90° . Na realidade, as tensões transversais de início de perda de rigidez foram muito semelhantes para todos os laminados. A rotura das camadas a 0° externas por encurvadura com delaminação a tensões inferiores às da rotura à tracção contribuiu também para evitar o aparecimento de fissuras transversais nos ensaios de flexão.

keywords

Polymer matrix composites, cross ply laminates, delamination, transverse cracking, traction, 4 point bending, stiffness.

abstract

Transverse cracking is one of the common failure modes of laminated composites and thus has been the subject of considerable research. This work consisted of an experimental study involving the $[(0/90)_6/0]$, $[(0/90_2)_4/0]$ and $[(0/90_3)_3/0]$ cross-ply laminates, here designated by L1, L2 and L3, respectively. Tensile and flexural tests were conducted in order to evaluate the stiffness losses caused by transverse cracking and the effect of 90° ply clustering on the onset of transverse cracking stresses.

Transverse cracks were observed in tensile test specimens, but they produced very small stiffness losses. The onset of stiffness loss stress was lower for L3 laminates, which had more clustered 90° plies. It is worth mentioning the very high longitudinal strengths of 0° plies, which prevented tests up to failure of L1 laminates owing to the limited load capacity of the testing machine available.

More significant stiffness losses were observed in flexural tests, but no transverse cracks were detected. This indicates that stiffness losses were caused by the non-linear stress-strain behaviour of 90° plies. In fact, the ply onset of stiffness loss stresses were very similar for all laminates. Failure of external 0° plies by delamination buckling at longitudinal stresses much lower than tensile strengths contributed to avoid transverse cracking.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO.....	3
1.1. REVISÃO DO ESTADO DO CONHECIMENTO	3
1.2 CONCLUSÕES	13
2. SELECÇÃO DOS LAMINADOS.....	17
2.1. BREVE REVISÃO DA TEORIA CLÁSSICA DOS LAMINADOS.....	17
2.2. ANÁLISE DOS LAMINADOS.....	21
3. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS.....	27
4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS	35
4.1. ENSAIOS DE TRACÇÃO.....	35
4.2. ENSAIOS DE FLEXÃO.....	42
5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	53
REFERÊNCIAS.....	55

1. INTRODUÇÃO

1. INTRODUÇÃO

1.1. REVISÃO DO ESTADO DO CONHECIMENTO

Um material designa-se “compósito” quando resulta da combinação de dois ou mais materiais distintos [Moura e outros, 2009]. Os materiais compósitos têm já um longo historial de utilização, que se iniciou com o reforço de tijolos de lama por palha pelos antigos israelitas. Um compósito é constituído:

- pela matriz, que aglomera o reforço e dá forma ao compósito;
- pelo reforço, que é responsável pelas propriedades excepcionais do compósito.

Os compósitos para aplicações estruturais são geralmente de matriz polimérica e reforçados por fibras contínuas de vidro, aramida ou carbono. Têm frequentemente a forma de laminados de camadas de fibras unidireccionais. Neste caso, considera-se a direcção longitudinal “1” da camada aquela que coincide com a direcção das fibras (figura 1.1). A direcção da espessura da camada é, por convenção, a direcção “3”. A direcção “2”, aqui designada simplesmente por “transversal”, é a que conduz a um referencial espacial “123”.

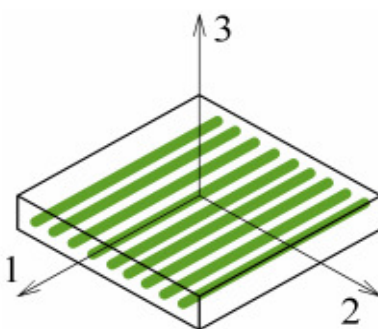


Figura 1. 1. Representação das orientações convencionais da camada unidireccional: 1 - direcção longitudinal, 2 - direcção transversal no plano e 3 - direcção transversal na espessura.

A camada unidireccional é ortotrópica, tendo o comportamento linear elástico caracterizado por 3 módulos de elasticidade, 3 coeficientes de Poisson e 3 módulos de corte [Moura e outros, 2009]. A resistência é função das tensões de rotura à tracção e à compressão nas 3 direcções e das resistências ao corte nos 3 planos. As propriedades

segundo a direcção longitudinal são as que beneficiam eficazmente da rigidez e da resistência elevadas das fibras. Por seu turno, as propriedades nas direcções transversais “2” e “3” são determinadas em grande medida pela matriz e por isso muito inferiores às propriedades longitudinais. Para compensar esta acentuada anisotropia, os laminados são constituídos por camadas com diferentes orientações, o que obriga a analisar as tensões em cada camada. Devido à maior rigidez da camada na direcção longitudinal, são as camadas alinhadas com direcção do carregamento principal que absorvem a maior parte da carga transmitida ao laminado. Todavia, estas camadas são também as mais resistentes, o que faz com seja habitual surgirem primeiro “fissuras transversais” nas outras camadas.

A deformação de rotura à tracção transversal é condicionada pelos constrangimentos das fibras à deformação da matriz e pela interface fibra-matriz. Na realidade, a fissuração transversal inicia-se geralmente a valores relativamente baixos de deformação em laminados carregados monotónica ou ciclicamente [Dharani e Ji, 1995]. Em particular, pode iniciar-se em zonas que possuam defeitos de fabrico como inclusões, vazios e falhas na adesão reforço/matriz. A formação de fissuras transversais não precipita a falha catastrófica, mas a sua presença é prejudicial porque pode [Nairn, 2000; Yokozeki e outros, 2005]:

- Iniciar modos de rotura mais graves para a integridade estrutural, como a delaminação;
- Provocar perdas de rigidez significativas, comprometendo aplicações que exijam estabilidade dimensional;
- Gerar perda de estanquicidade.

Daí que tenham já sido efectuados diversos estudos acerca da fissuração transversal, com ênfase no efeito de redução da rigidez. A maior parte dos trabalhos publicados incidiu sobre laminados cruzados [0/90] sujeitos a carga de tracção, uma vez que a análise é menos complicada (figura 1.2). Observa-se que, à medida que a carga aumenta, se vão formando fissuras transversais até um nível de saturação (figura 1.3). Nos provetes de ensaios de tracção, as fendas tendem a ficar igualmente espaçadas e a abarcar toda a largura do provete. Em seguida, as fendas transversais podem dar origem a delaminagens (figura 1.2). No caso dos laminados de fibra de vidro, que suportam deformações mais elevadas, podem

também acontecer fissuras transversais nas camadas a 0° , fenómeno habitualmente designado por “*splitting*” [Nairn, 2000].

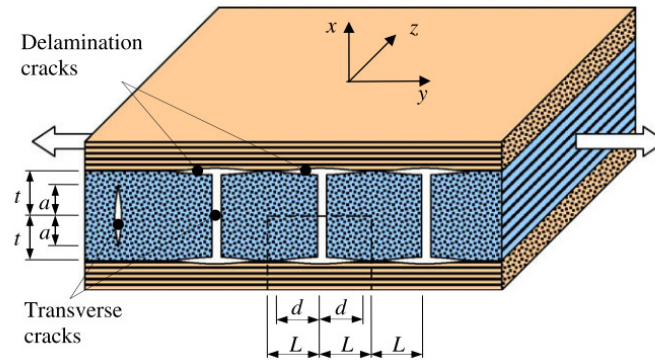


Figura 1. 2. Representação esquemática das fendas transversais num laminado cruzado e delaminações que tendem a formar-se posteriormente [Paris e outros, 2010].

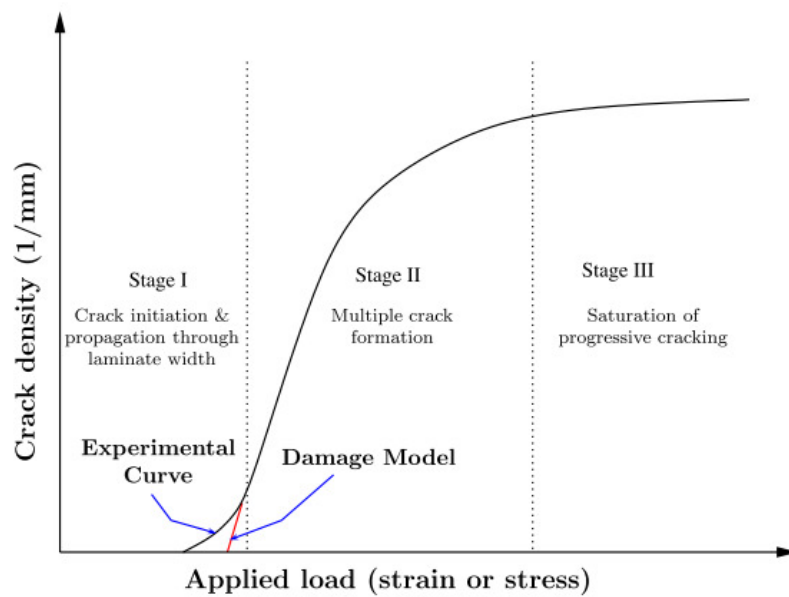


Figura 1. 3. Evolução típica da fissuração transversal [Singh e Talreja, 2010].

À escala micromecânica, o processo de fissuração parece desenrolar-se em 3 fases [Paris e outros, 2010], representadas na figura 1.4 para níveis de carga F1 a F3 crescentes. A primeira fase (F1) corresponde à iniciação da fissuração transversal, na qual a fissura cresce de forma instável em direcção à interface. Na segunda fase (F2) verifica-se um crescimento estável das fissuras transversais e surgem indícios de delaminação, que,

localmente, podem corresponder a roturas na interface fibra/matriz na camada a 90° ou na camada a 0° . Finalmente, na terceira fase (F3) as fissuras transversais atingem a interface com a camada a 0° graus.

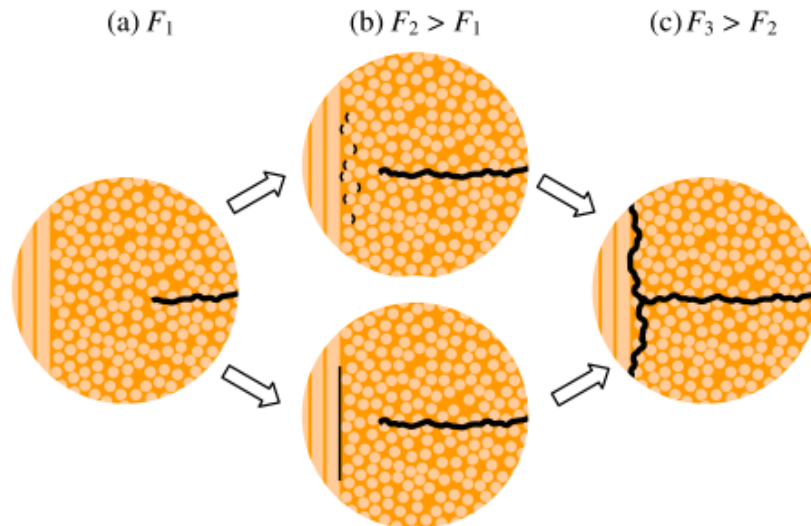


Figura 1. 4. Representação das fases de fissuração transversal em laminados cruzados perante cargas crescentes [Paris e outros, 2010].

A modelação da formação de fendas é relativamente complicada, dado que envolve redistribuições de tensões. Isto é, a tensão transversal numa camada a 90° fissurada evolui de 0 nas faces da fenda até um valor finito, graças à transferência de carga via tensões de corte na interface $0/90$ [McCartney, 1993; Nairn, 2000]. Foram desenvolvidos vários modelos de fissuração transversal, sendo as primeiras abordagens analíticas baseadas na Teoria “*Shear-lag*” e no princípio variacional da energia mínima com campos de tensão assumidos [McCartney, 1993; Nairn, 2000]. Há actualmente vários tipos de modelos que se podem aplicar a laminados e situações de carregamento mais gerais [Maimi e outros, 2007a; Maimi e outros, 2007b; Barbero e Cortes, 2010]. Estes modelos combinam a Mecânica dos Meios Contínuos com conceitos de Mecânica da Fractura para prever a formação de fissuras. O presente trabalho incide sobre a componente experimental, sendo de seguida revistos alguns dos muitos estudos apresentados, dando atenção especial aos laminados cruzados $[0/90]$. As abordagens de modelação usadas são apenas objecto de referência quando úteis na compreensão dos resultados experimentais.

Os estudos experimentais da fissuração transversal começaram nos anos 1970 [Nairn, 2000]. Garret e Bayley (1977) realizaram ensaios de laminados $[0/90_n]_s$ de fibra de vidro, tendo verificado que a deformação de início de fissuração diminuía com a espessura total da camada central a 90° (figura 1.5). Verificaram também que a formação de uma fissura ocorria instantaneamente a toda a espessura e largura se a camada tivesse espessura total superior a 0.5 mm, enquanto que nos outros casos a fissura se iniciava nos bordos antes de se propagar a toda a largura do provete.

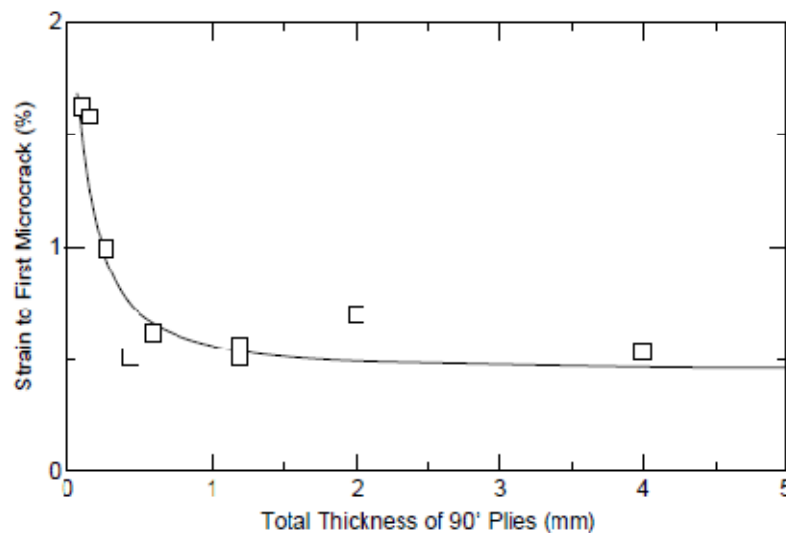


Figura 1. 5. Deformação de iniciação da fissuração transversal em laminados cruzados vidro/poliéster.
Figura obtida de [Nairn, 2000] com base em dados de [Garret e Bailey, 1977]

Logo, não se pode falar de uma verdadeira resistência à tracção transversal, isto é, esta tem de ser encarada como uma propriedade “in-situ”, dependente do laminado [Nairn, 2000]. Flaggs e Kural (1982) chegaram a conclusões idênticas a partir de resultados experimentais de laminados cruzados carbono/epóxico, tendo ainda verificado que as deformações de início de fissuração “in-situ” eram superiores à deformação de rotura medida em ensaios de compósitos unidireccionais. Todavia, as fendas formavam-se sempre instantaneamente através de toda a espessura e largura da camada a 90° .

Portanto, do ponto de vista de minimização do dano, é de evitar a aglomeração de camadas

a 90°. Todavia, há vários trabalhos que mostram que os laminados cruzados $[0/90_n]_s$ com menor n sofrem um aumento mais rápido da densidade de fendas após a iniciação [Dharani e Ji, 1995; Gudmundson e Alpman, 2000; Nairn 2000], chegando a densidades finais de saturação superiores (figura 1.6).

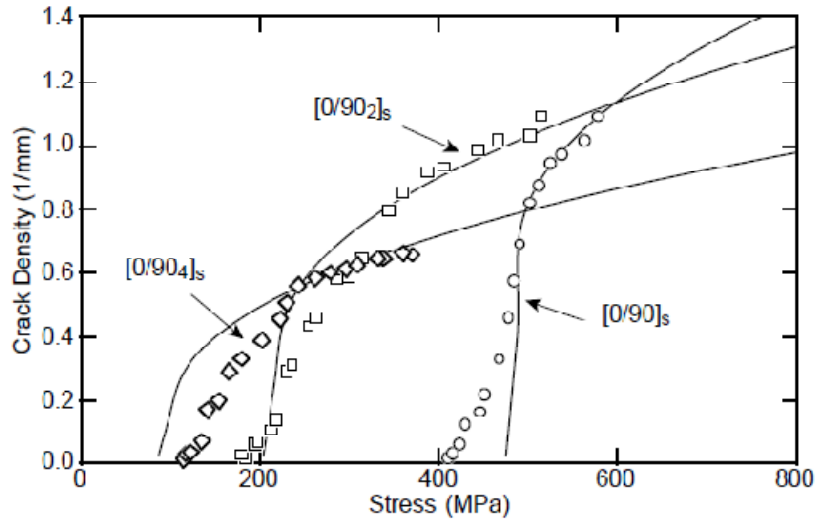


Figura 1. 6. Evolução da densidade de fendas com a tensão aplicada para laminados carbono/epóxico [Nairn, 2000]. Os pontos representam dados experimentais enquanto que as linhas são previsões de um modelo.

Em termos mais gerais, pode dizer-se que a fissuração transversal nas camadas a 90° depende acentuadamente dos constrangimentos impostos pelas camadas adjacentes [Varna e outros, 1999; Nairn, 2000; Singh e Talreja, 2010]. O estudo analítico e experimental de Dharani e Ji (1995) sobre laminados $[0_m/90_n]_s$ mostra que a fissuração transversal das camadas a 90° depende não só de n , mas também de m . A importância da orientação das camadas superficiais foi demonstrada por Flaggs e Kural (1982), que estudaram a fissuração transversal em laminados $[\pm 30/90_n]_s$ e $[\pm 60/90_n]_s$, e por Yokozeaki e outros (2005), que analisaram laminados $[0/\theta/90]_s$ e $[0/\theta_2/90]_s$ com $\theta = 30, 45$ e 60° . Estes autores mostraram que a fissuração transversal nas camadas a 90° se inicia a deformações proporcionais à diferença de ângulos $90^\circ - \theta$. Por outro lado, o facto das camadas a 90° estarem à superfície também altera significativamente os padrões de fissuração. Smith e outros (1998) estudaram a fissuração transversal em laminados carbono/epóxico $[0/90]_s$ e $[90/0]_s$. A fissuração iniciou-se a valores mais baixos de deformação neste último, mas

evoluiu depois mais lentamente do que no $[0/90]_s$ (figura 1.7). Os referidos autores observaram também que as fissuras tendiam a iniciar-se em defeitos superficiais no laminado $[90/0]_s$. Resultados experimentais de Nairn (2000) mostram que os constrangimentos induzidos por camadas internas a 0° também influenciam a fissuração das camadas a 90° à superfície (figura 1.8).

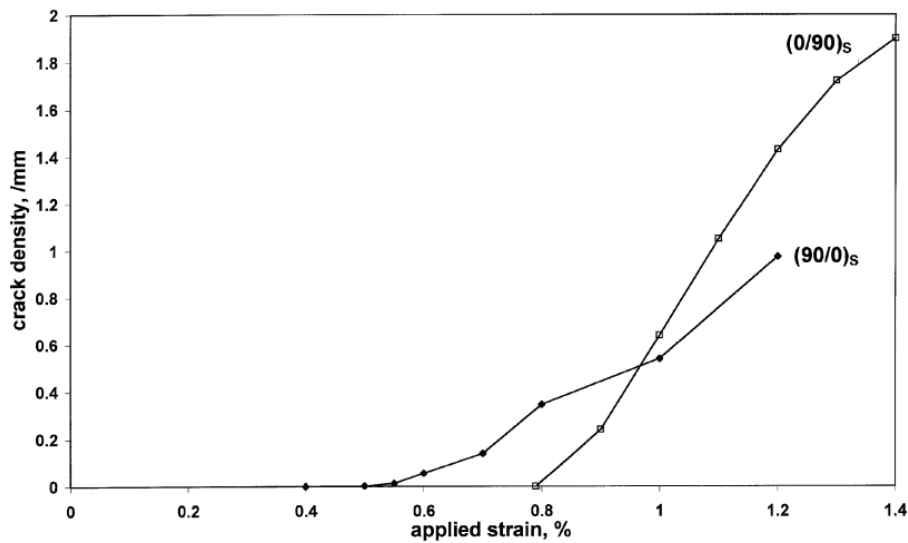


Figura 1. 7. Comportamento à fissuração transversal de laminados de fibra de carbono $[0/90]_s$ e $[90/0]_s$ [Smith e outros, 1998].

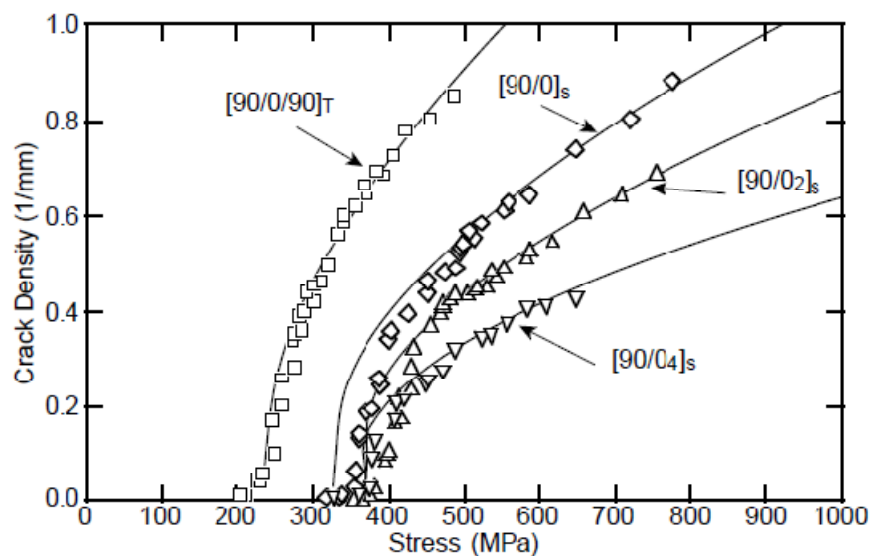


Figura 1. 8. Evolução da densidade de fendas com a tensão aplicada em laminados carbono/epóxi [Nairn, 2000]. Os pontos representam dados experimentais enquanto que as linhas são previsões de um modelo.

Como já foi referido, uma das consequências potencialmente mais graves da fissuração transversal é a perda de rigidez. Todavia, os resultados experimentais mostram que as perdas de rigidez são relativamente modestas em laminados cruzados de fibra de carbono [Dharani e Ji, 1995; Surgeon e outros, 1999] (figura 1.9). Por outro lado, o estudo de Surgeon e outros (1999) indica que o coeficiente de Poisson é bastante sensível ao aumento da densidade de fendas.

Ao contrário dos laminados de fibra de carbono, os laminados cruzados de fibra de vidro sofrem perdas consideráveis de rigidez [Dharani e Ji, 1995; Adolfsson e Gudmundson, 1999; Varna e outros, 1999] (figura 1.10). Isto deve-se ao facto dos laminados de fibra de vidro terem maiores deformações à rotura, devido à menor rigidez das fibras, bem como aos menores rácios de módulos da camada E_1/E_2 .

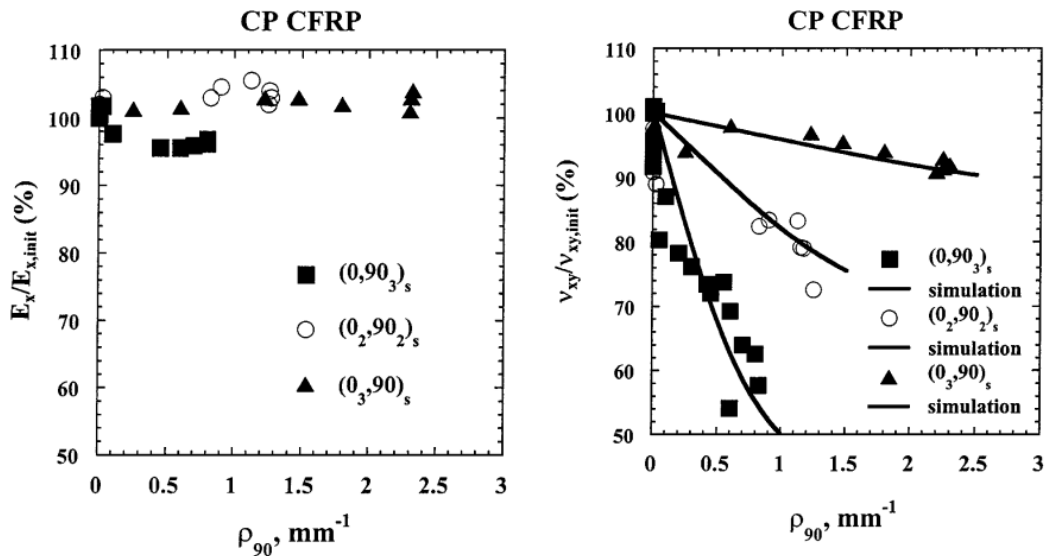


Figura 1. 9. Influência da densidade da fissura no Módulo de Young e no coeficiente de Poisson, respectivamente [Surgeon e outros, 1999].

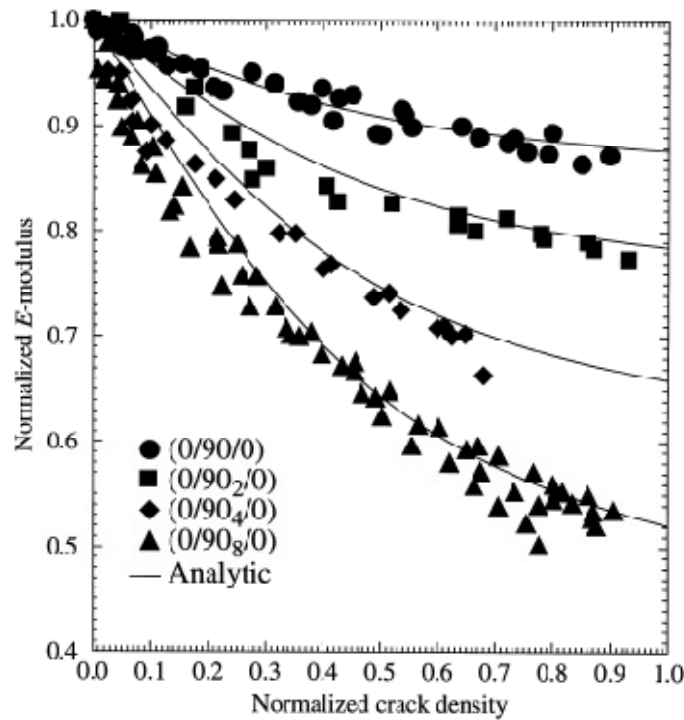


Figura 1. 10. Módulo de Young normalizado relativamente ao seu estado virgem, em função da densidade de fendas para laminados vidro/epóxico [Adolfsson e Gudmundson, 1999].

Até aqui, a fissuração transversal foi abordada no contexto dos ensaios de tracção, mas é evidente que pode ocorrer noutros casos. No que diz respeito ao ambiente laboratorial, os ensaios de flexão são muito utilizados para provetes unidireccionais, devido à sua simplicidade [Hodgkinson, 2000]. A zona sujeita a tensões de tracção de laminados multidireccionais é, obviamente, susceptível de fissuração transversal. Todavia, a variação das tensões na direcção da espessura cria mais dificuldades na análise dos resultados [Nairn, 2000]. Isto explica certamente o menor número de estudos publicados [Adolfsson e Gudmundson, 1999; Smith e Ogin, 1999; Smith e Ogin, 2000], que não permitem tirar as conclusões de âmbito geral acima referidas.

Finalmente, sabe-se que as tensões residuais desempenham um papel importante na fissuração transversal [Nairn, 2000; Ogi, 2003]. De facto, no decorrer da cura de um laminado cruzado, devido à diferença de coeficientes de expansão térmica, as camadas a 90° desenvolvem tensões transversais de tracção residual apreciáveis. A exposição subsequente a ambientes de temperatura e humidade variáveis pode também influenciar a

fissuração transversal. Ogi (2003) estudou o efeito do historial térmico na fissuração transversal em laminados de carbono/epóxico. Os provetes foram submetidos a diferentes temperaturas e/ou diferentes tempos de cura. Ogi (2003) constatou inicialmente que a dureza Vickers da resina aumentava com a temperatura de cura. Por seu turno, o aumento da temperatura e do tempo de exposição à mesma diminuía a tensão de iniciação de fissuração em laminados cruzados, e diminuía também a resistência transversal em laminados unidireccionais. A figura 1.11 resume o efeito do historial térmico obtido por Ogi (2003). Segundo este autor, o comportamento observado deve-se à degradação da interface fibra-matriz e ao aumento das tensões residuais de contracção pós fabrico.

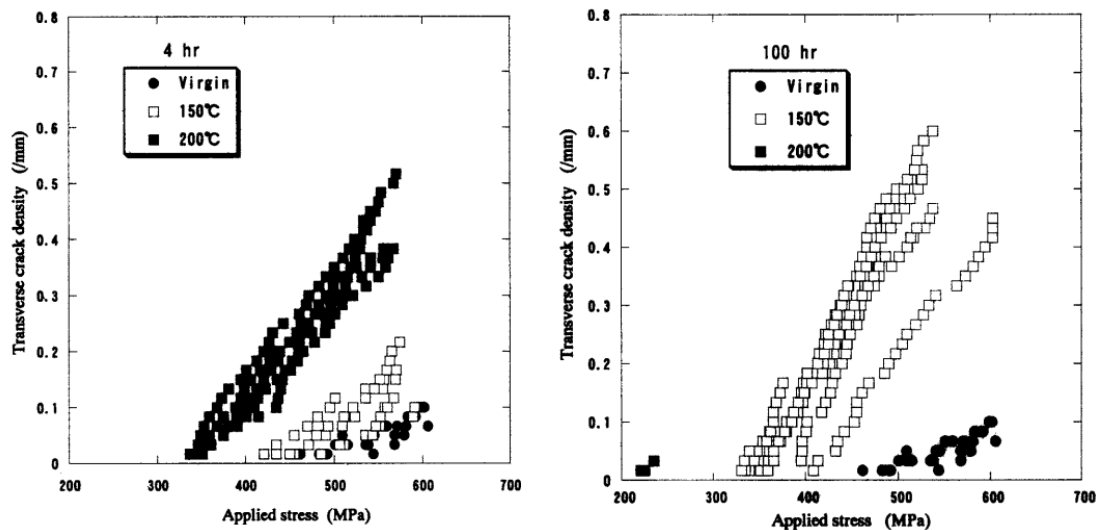


Figura 1. 11. Efeito do historial térmico na fissuração transversal de laminados cruzados para 4 e 100 horas de exposição [Ogi, 2003].

1.2 CONCLUSÕES

A revisão bibliográfica mostrou que a grande maioria dos estudos acerca da fissuração transversal tem incidido sobre os laminados cruzados do tipo $[0/90]$ sujeitos a ensaios de tracção. Neste trabalho estudou-se também este fenómeno neste tipo de laminados, mas não apenas em ensaios de tracção. De facto, há poucos estudos acerca da fissuração transversal em ensaios de flexão.

Um primeiro objectivo deste trabalho era avaliar o efeito da fissuração transversal nas perdas de rigidez. Os estudos publicados indicam que estas são diminutas em laminados cruzados carbono/epóxico à tracção, facto que interessava verificar e comparar com as perdas de rigidez à flexão.

O segundo objectivo era avaliar a influência do agrupamento de camadas a 90° na tensão de início de fissuração transversal, uma vez que vários estudos publicados mostraram que é muito significativa.

2. SELECÇÃO DOS LAMINADOS

2. SELECÇÃO DOS LAMINADOS

2.1. BREVE REVISÃO DA TEORIA CLÁSSICA DOS LAMINADOS

Uma vez que o planeamento do trabalho experimental se baseou na Teoria Clássica dos Laminados, procede-se de seguida a uma breve revisão desta teoria [Moura e outros, 2009]. A Teoria Clássica dos Laminados baseia-se na Teoria das Placas de Kirchhoff para materiais isotrópicos. Ela considera (figura 2.1):

- momentos flectores M_x , M_y , e momento torçor $M_{xy} = M_{yx}$, que se designam genericamente por “esforços de flexão”;
- esforços ditos de “membrana”, que são as forças normais N_x e N_y , e as forças de corte $N_{xy} = N_{yx}$.

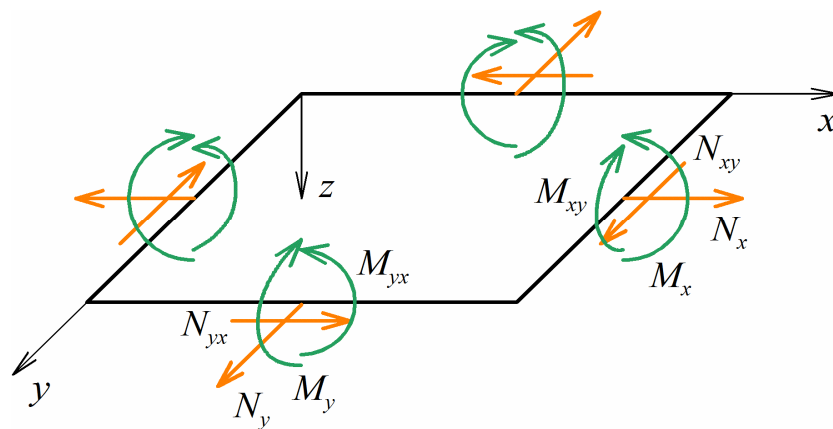


Figura 2.1 Esforços considerados pela Teoria Clássica dos Laminados. O referencial está no plano médio da placa e o eixo z na direcção da espessura.

Notar que a convenção usada é tal que [Moura e outros, 2009]:

- o índice do esforço é do eixo perpendicular à face em que actua;
- os esforços são expressos por unidade de largura da face em que actuam.

Logo, os esforços podem ser expressos em função das tensões através de

$$M_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x z dz, \quad M_y = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_y z dz, \quad M_{xy} = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{xy} z dz \quad (2.1)$$

$$N_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x dz, \quad N_y = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_y dz, \quad N_{xy} = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{xy} dz \quad (2.2)$$

sendo h a espessura do laminado. Os esforços podem ser agrupados nos vectores $\mathbf{N} = \{N_x \quad N_y \quad N_{xy}\}^t$ e $\mathbf{M} = \{M_x \quad M_y \quad M_{xy}\}^t$. As deformações resultantes são

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 + z\boldsymbol{\kappa} \quad (2.3)$$

onde se considera o vector de deformações de membrana $\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \{\varepsilon_{0x} \quad \varepsilon_{0y} \quad \gamma_{0xy}\}^t$ e o vector de curvaturas $\boldsymbol{\kappa} = \{\kappa_x \quad \kappa_y \quad \kappa_{xy}\}^t$. Os esforços são dados por

$$\mathbf{N} = \int \boldsymbol{\sigma} dz = \sum_{k=1}^n \left\{ \int \boldsymbol{\sigma}'_k dz \right\} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{M} = \int z \boldsymbol{\sigma} dz = \sum_{k=1}^n \left\{ \int \boldsymbol{\sigma}'_k z dz \right\} \quad (2.5)$$

sendo $\boldsymbol{\sigma}'_k = \{\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy}\}_k^t$ o vector das tensões na camada k . Este pode ser expresso

$$\boldsymbol{\sigma}'_k = \mathbf{Q}'_k \{\boldsymbol{\varepsilon}_0 + z\boldsymbol{\kappa}\} \quad (2.6)$$

onde \mathbf{Q}'_k é a matriz de rigidez da camada expressa no referencial $\{xyz\}$. Daqui resulta a forma matricial habitual da Teoria Clássica dos Laminados,

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_0 \\ \boldsymbol{\kappa} \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

na qual intervêm a matriz de rigidez de membrana

$$\mathbf{A} = \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}'_k (z_k - z_{k-1}) \quad (2.8)$$

a matriz de acoplamento membrana-flexão

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}'_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (2.9)$$

e a matriz de rigidez de flexão

$$\mathbf{D} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \mathbf{Q}'_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (2.10)$$

considerando a camada k delimitada por $z_{k-1} \leq z \leq z_k$. A relação (2.7) pode ser invertida,

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_0 \\ \boldsymbol{\kappa} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \mathbf{b} & \mathbf{d} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

onde

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \mathbf{b} & \mathbf{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.12)$$

A matriz de rigidez \mathbf{Q} da camada no referencial principal $\{123\}$ é

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

sendo os seus termos

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}^2 E_2 / E_1} & Q_{12} &= \frac{\nu_{12} E_2}{1 - \nu_{12}^2 E_2 / E_1} \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}^2 E_2 / E_1} & Q_{66} &= G_{12} \end{aligned} \quad (2.14)$$

funções do módulo longitudinal E_1 , módulo transversal E_2 , módulo de corte G_{12} e coeficiente de Poisson ν_{12} . Por sua vez, a matriz de rigidez \mathbf{Q}' expressa no referencial $\{xyz\}$ obtém-se a partir de uma operação de rotação de referencial (figura 2.2), da qual resultam [Moura e outros, 2009]

$$\begin{aligned} Q'_{11} &= c^4 Q_{11} + s^4 Q_{22} + 2c^2 s^2 (Q_{12} + 2Q_{66}) \\ Q'_{12} &= c^2 s^2 (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) + (c^4 + s^4) Q_{12} \\ Q'_{16} &= c^3 s (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) + c s^3 (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \\ Q'_{22} &= s^4 Q_{11} + c^4 Q_{22} + 2c^2 s^2 (Q_{12} + 2Q_{66}) \\ Q'_{26} &= c s^3 (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) + c^3 s (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \\ Q'_{66} &= c^2 s^2 [Q_{11} + Q_{22} - 2(Q_{12} + Q_{66})] + (c^4 + s^4) Q_{66} \end{aligned} \quad (2.15)$$

sendo $c = \cos \theta$ e $s = \sin \theta$.

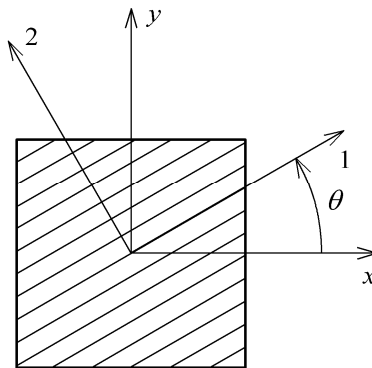


Figura 2.2 Rotação de referencial $\{xyz\}$ para $\{123\}$ [Moura e outros, 2009].

Finalmente, as tensões no referencial principal podem ser calculadas

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

Para efeitos de comparação com os resultados experimentais, calculam-se o módulo de tracção e de flexão previstos pela Teoria Clássica dos Laminados,

$$E_x = \frac{1}{ha_{11}} \quad E_{fx} = \frac{12}{h^3 d_{11}} \quad (2.17)$$

2.2. ANÁLISE DOS LAMINADOS

O material escolhido para este trabalho foi um compósito carbono/epóxico produzido a partir do pré-impregnado HS160REM fornecido pela empresa Texipreg. As propriedades elásticas da camada no plano são dadas na tabela 2.1.

Tabela 2. 1. Propriedades elásticas da camada do carbono/epóxico usado. A espessura nominal da camada é 0.15 mm [Morais e Pereira, 2007]

E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
130	8.2	4.1	0.27

Por seu turno, as resistências médias da camada disponíveis foram medidas recentemente num trabalho de investigação que decorre no Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro:

- Tensão de rotura à tracção longitudinal $\sigma_{ut1} = 2100$ MPa;
- Tensão de rotura à tracção transversal $\sigma_{ut2} = 61$ MPa;
- Tensão de rotura à flexão longitudinal $\sigma_{uf1} = 1500$ MPa, tendo sido observado que os provetes de flexão em 4 pontos sofriam rotura à compressão.

Com base nas propriedades acima citadas, e admitindo que a tensão de rotura à compressão longitudinal σ_{uc1} \approx σ_{uf1} , recorreu-se à Teoria Clássica dos Laminados para escolher laminados cruzados que:

- tivessem fissuração transversal nas camadas a 90° antes da rotura das camadas a 0° em ensaios de tracção e de flexão em 4 pontos;
- permitissem estudar o efeito do agrupamento de camadas a 90° ;
- tivessem rotura final a cargas inferiores a 50 kN, limite imposto pela máquina de ensaios disponível no Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro.

Face a estes requisitos, optou-se pelos seguintes laminados:

- L1 = $[(0/90)_6/0]$;
- L2 = $[(0/90_2)_4/0]$;
- L3 = $[(0/90_3)_3/0]$;

todos com espessura nominal 1.95 mm e simétricos, pelo que a matriz **B** (2.9) é nula.

De forma a validar a escolha efectuada, procedeu-se à análise de resistência nos seguintes moldes:

- calcularam-se as matrizes **Q** (2.13), **Q'**_k (2.15), **A** (2.8), **D** (2.10) e (2.12);
- estabeleceu-se um valor arbitrário para o esforço N_x ou M_x , correspondente aos ensaios de tracção e de flexão, respectivamente;
- calculou-se as deformações ϵ_0 e as curvaturas κ a partir da equação (2.11);
- obteve-se as tensões σ'_k das camadas no referencial global {xyz} usando a equação (2.6);
- calculou-se as tensões σ_k das camadas no referencial principal {123} a partir da

equação (2.16);

- aplicou-se o critério da tensão máxima, cujos índices de previsão da rotura da camada são

$$\begin{Bmatrix} R_{t1} \\ R_{c1} \\ R_{t2} \\ R_{c2} \\ R_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 / \sigma_{ut1} & \text{se } \sigma_1 > 0 \\ \sigma_1 / \sigma_{uc1} & \text{se } \sigma_1 < 0 \\ \sigma_2 / \sigma_{ut2} & \text{se } \sigma_2 > 0 \\ \sigma_2 / \sigma_{uc2} & \text{se } \sigma_2 < 0 \\ |\tau_{12} / \tau_{u12}| \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

- verificou-se se o maior rácio era R_{t2} .

Para os laminados e solicitações deste estudo foi possível simplificar a análise atendendo a que:

- as tensões de corte nas camadas $\tau_{12} = 0$;
- nos ensaios de tracção, as tensões são iguais em todas as camadas a 0° e em todas as camadas a 90° ;
- nos ensaios de flexão as tensões são críticas nas camadas a 0° e a 90° mais próximas das superfícies.
- uma vez que $\sigma_{uc2} > \sigma_{ut2}$, a fissuração transversal à tracção será o primeiro modo de rotura se o rácio

$$FL = \max \left\{ \frac{R_{t1}}{R_{t2}}, \frac{R_{c1}}{R_{t2}} \right\} < 1 \quad (2.19)$$

A figura 2.3 confirmou a condição (2.19), e portanto que os laminados eram adequados para este estudo.

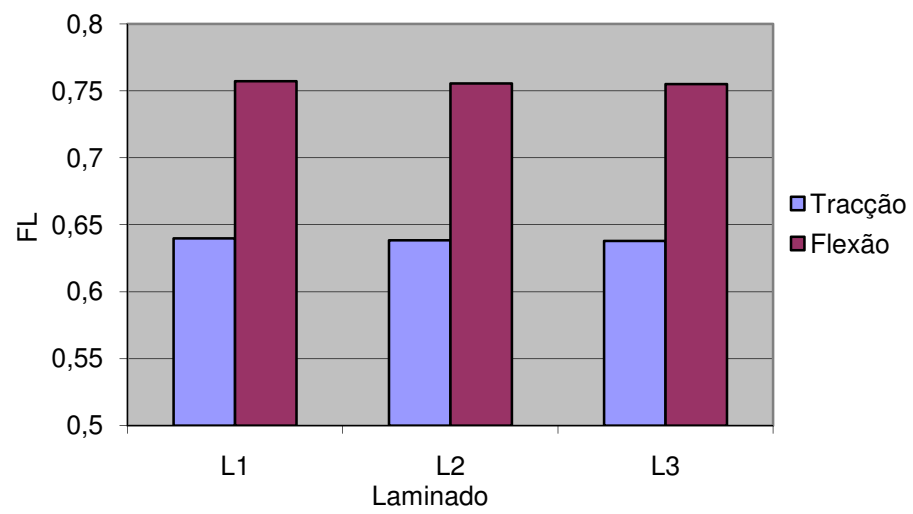


Figura 2.3 Rácios (2.19) de previsão de primeiro modo rotura.

3. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

3. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Os provetes compósitos foram obtidos de placas laminadas no Instituto de Engenharia e Gestão Industrial (INEGI) com as sequências empilhamento definidas no capítulo 2. As placas foram obtidas por prensagem a quente, tendo depois sido delas cortados os provetes por jacto de água. Nos provetes de tracção (figura 3.1) foram colados insertos de Alumínio para aperto dos mordentes, utilizando para tal a cola Araldit Standard. A cura do adesivo foi efectuada em forno a 90 °C durante 3 horas.

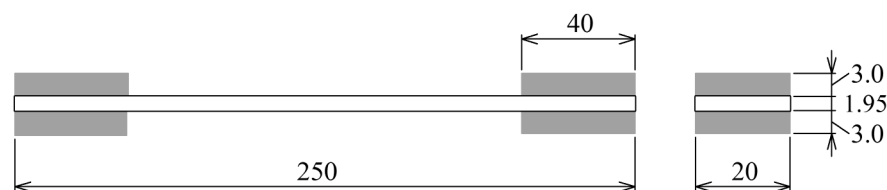


Figura 3.1 Dimensões nominais dos provetes para ensaios de tracção.

Os ensaios foram realizados numa máquina Shimadzu™ AG-50KNG (figura 3.2), tendo os deslocamentos sido medidos pelo videoextensómetro Messphysic ME 46 NG. Nos ensaios de tracção usou-se a célula de carga de 50 kN e a velocidade imposta de 2 mm/min. O comprimento inicial de medida de deslocamentos, delimitado por marcas ópticas coladas (figura 3.3), rondou os 110 mm.



Figura 3.2 Fotografia de ensaio de tracção.



Figura 3.3 Fotografia de provete de tracção com as marcas ópticas coladas.

Realizaram-se também ensaios de flexão em 4 pontos (figura 3.4 a 3.7) em provetes com as seguintes dimensões nominais: comprimento $L_p = 80$ mm, espessura $h = 1.95$ mm e largura $b = 15$ mm. As distâncias entre apoios e pontos de carregamento foram $L = 60$ mm e $L_s = 20$ mm. Utilizou-se uma célula de carga de 5 kN e a velocidade imposta de 2 mm/min. O deslocamento máximo da superfície inferior do provete foi medido pelo videoextensómetro conforme a representação da figura 3.5.

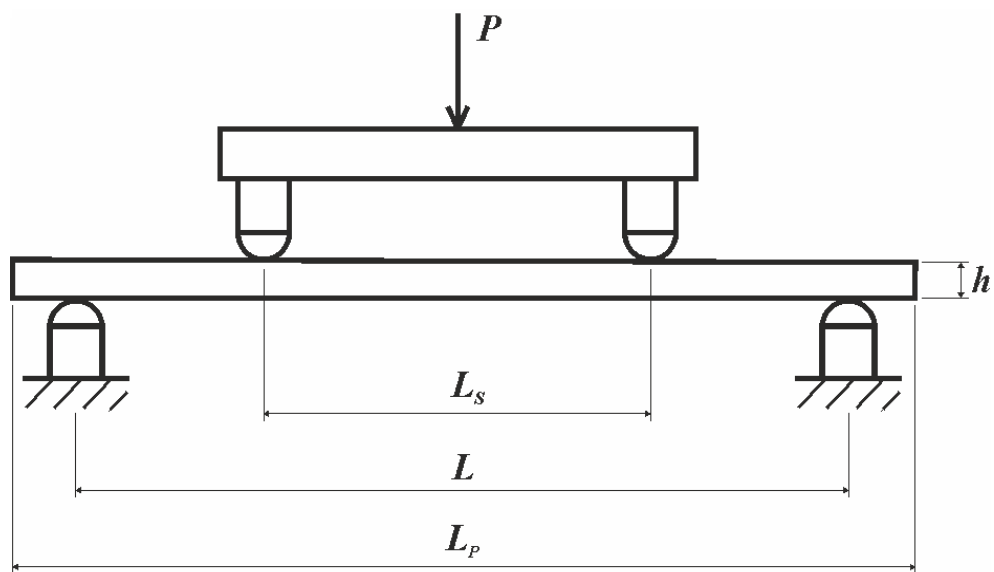


Figura 3.4 Representação esquemática da configuração do ensaio de flexão em 4 pontos.

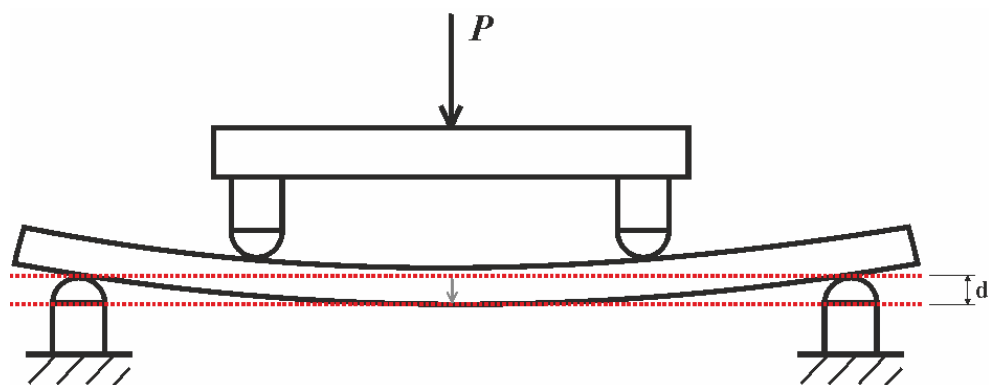


Figura 3.5 Representação esquemática da medição de deslocamentos no ensaio de flexão em 4 pontos.



Figura 3.6 Fotografia de ensaio à flexão.

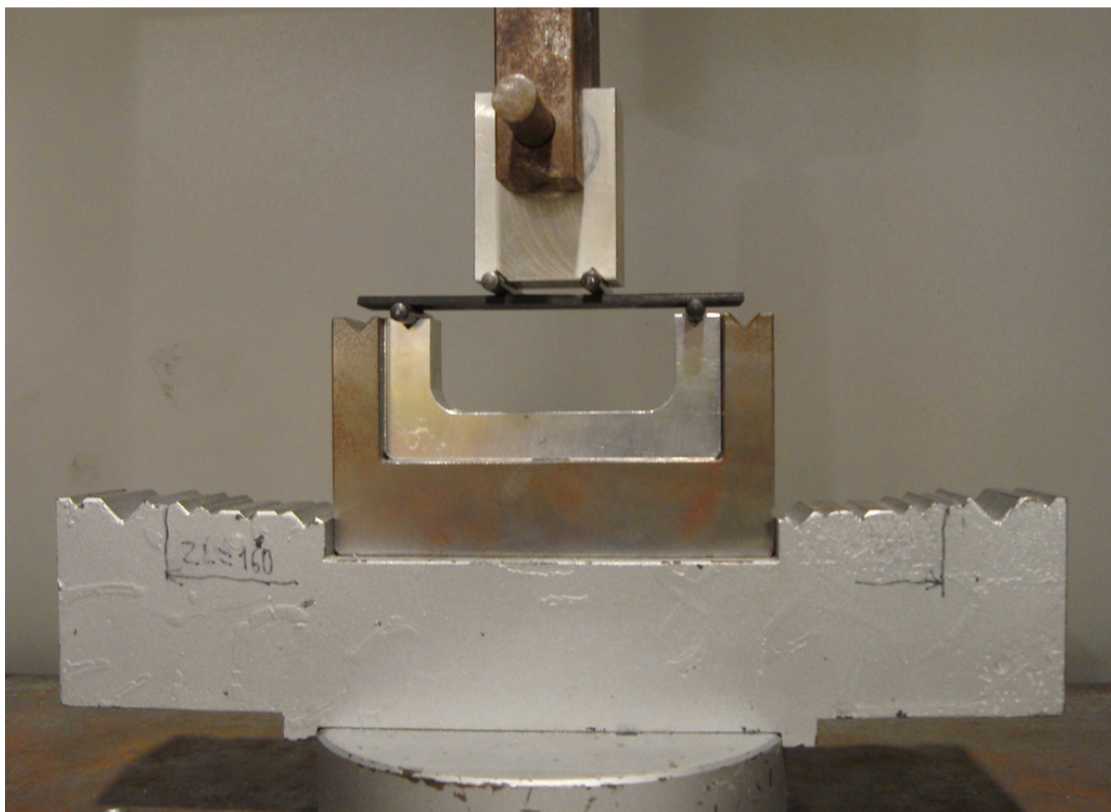


Figura 3.7 Fotografia do mecanismo para ensaio à flexão em 4 pontos.

As curvas carga-deslocamento medidas nos ensaios de tracção foram convertidas em curvas tensão-deformação. Por seu turno, nos ensaios de flexão recorreu-se à Teoria das Vigas para obter o módulo de flexão [Moura e outros 2008]

$$E_f = \frac{0.21m_0L^3}{bh^3} \quad (3.1)$$

sendo m_0 a rigidez inicial, e as tensões de flexão

$$\sigma_f = \frac{PL}{bh^2} \quad (3.2)$$

que foram calculadas a níveis de carga correspondentes a perdas de rigidez de 1% e de 5%, bem como à rotura.

4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

4.1. ENSAIOS DE TRACÇÃO

As figuras 4.1 e 4.2 apresentam curvas tensão-deformação típicas de provetes L2 = $[(0/90_2)_4/0]$ e L3 = $[(0/90_3)_3/0]$. Infelizmente, devido à carga limite da máquina de ensaios disponível e às elevadas tensões longitudinais de rotura das camadas a 0° , não foi possível atingir a rotura dos provetes L1 = $[(0/90)_6/0]$.

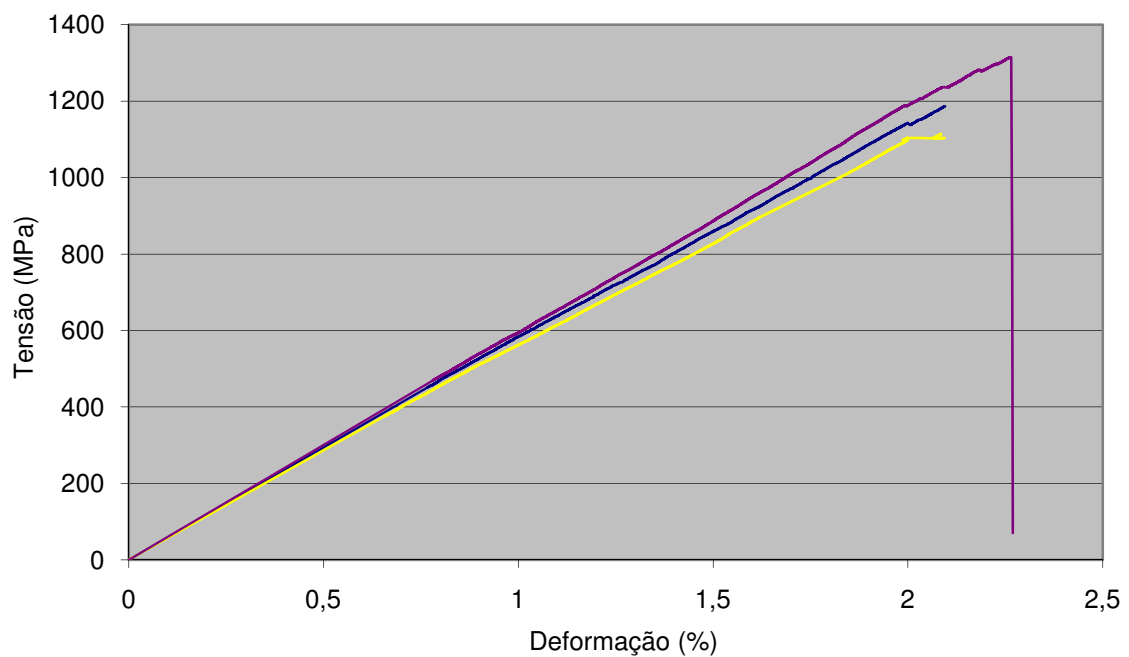


Figura 4.1 Curvas tensão-deformação típicas de laminados L2 = $[(0/90_2)_4/0]$.

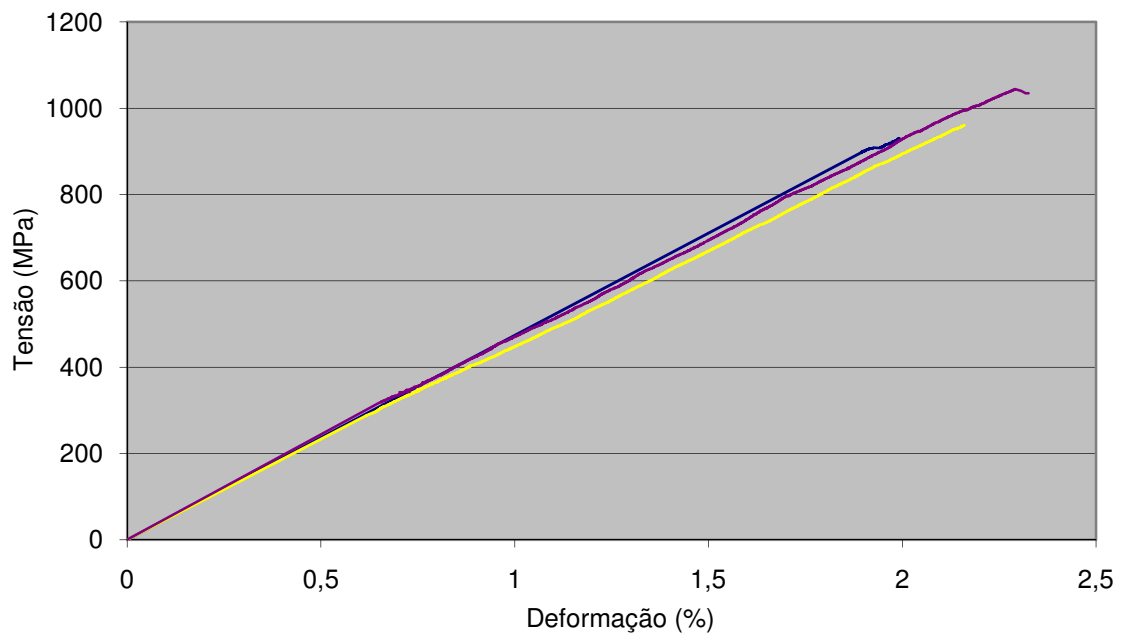


Figura 4.2 Curvas tensão-deformação típicas de laminados $L3 = [(0/90_3)_3/0]$.

As curvas tensão-deformação apresentam desvios de linearidade a tensões bastante inferiores às tensões de rotura, mas estes desvios são muito pequenos. Não obstante, eles constituem perdas de rigidez que se deveram certamente a fissuras transversais nas camadas a 90° . A análise dos modos de rotura foi dificultada pelo elevado grau de fragmentação dos provetes após os ensaios (figura 4.3), causado pela alta libertação de energia associada à rotura de fibras das camadas a 0° . Ainda assim, reconstituíram-se alguns provetes (figura 4.4), tendo-se verificado a existência de fendas transversais nas camadas a 90° (figura 4.5).



Figura 4.3 Fotografia dos restos de um provete após o ensaio de tracção.



Figura 4.4 Fotografias de provetes reconstituídos após os ensaios de tracção.

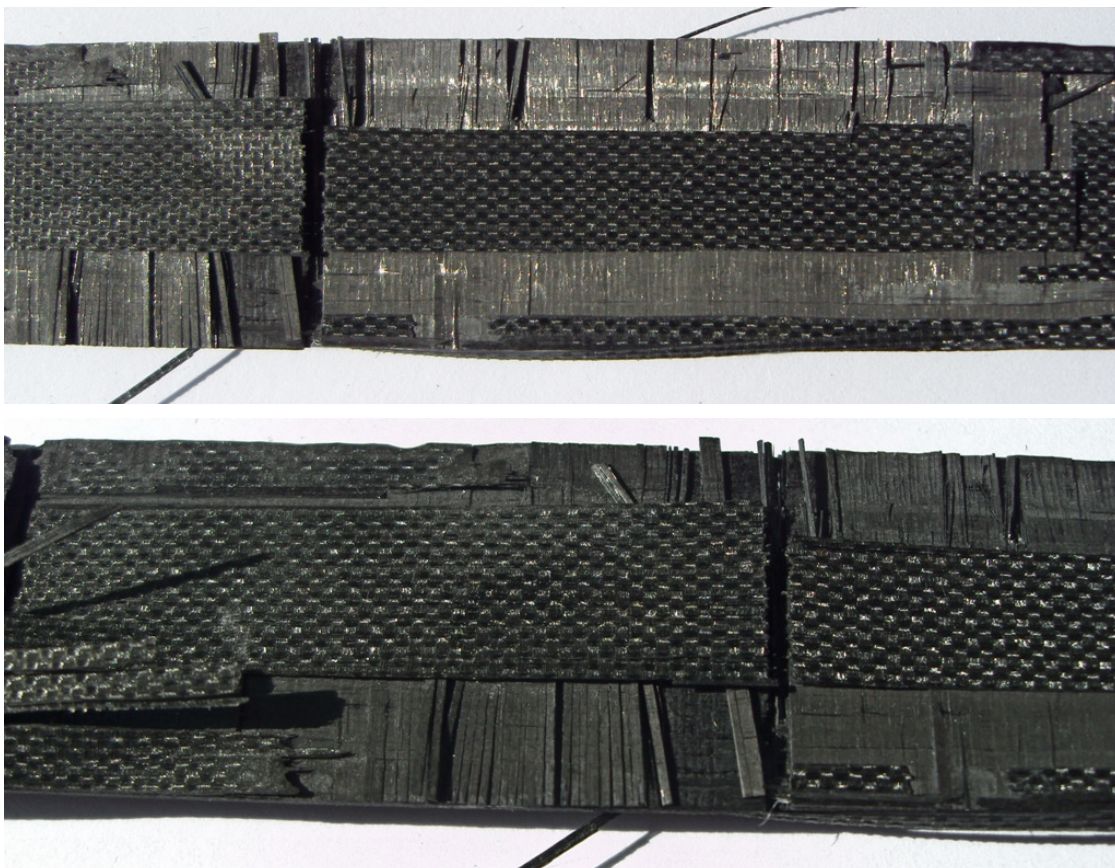


Figura 4.5 Ampliações de fotografias de provetes L3 reconstituídos após os ensaios de tracção.

Os módulos de elasticidade (figura 4.6) obtidos da zona linear inicial das curvas tensão-deformação (figuras 4.1 e 4.2) tiveram baixa dispersão, mas ficaram 3.5 a 5.8 % acima dos valores previstos pela TCL com os valores nominais das propriedades elásticas (tabela 2.1). Isto pode ser explicado pelo facto dos laminados terem apresentado maior teor de fibra, pois tinham espessuras médias inferiores à nominal.

Por seu turno, no sentido de estimar o início de fissuração transversal, definiram-se nas curvas pontos de perda de 1 % de rigidez, o que nem sempre foi possível devido a algumas irregularidades nas curvas tensão-deformação. A figura 4.7 resume as tensões medidas a 1 % de perda de rigidez e à rotura. A dispersão no referido ponto de perda de rigidez foi maior no laminado L2 = $[(0/90_2)_4/0]$ (figura 4.8), com menos camadas a 90°, e portanto menos sensível à fissuração destas.

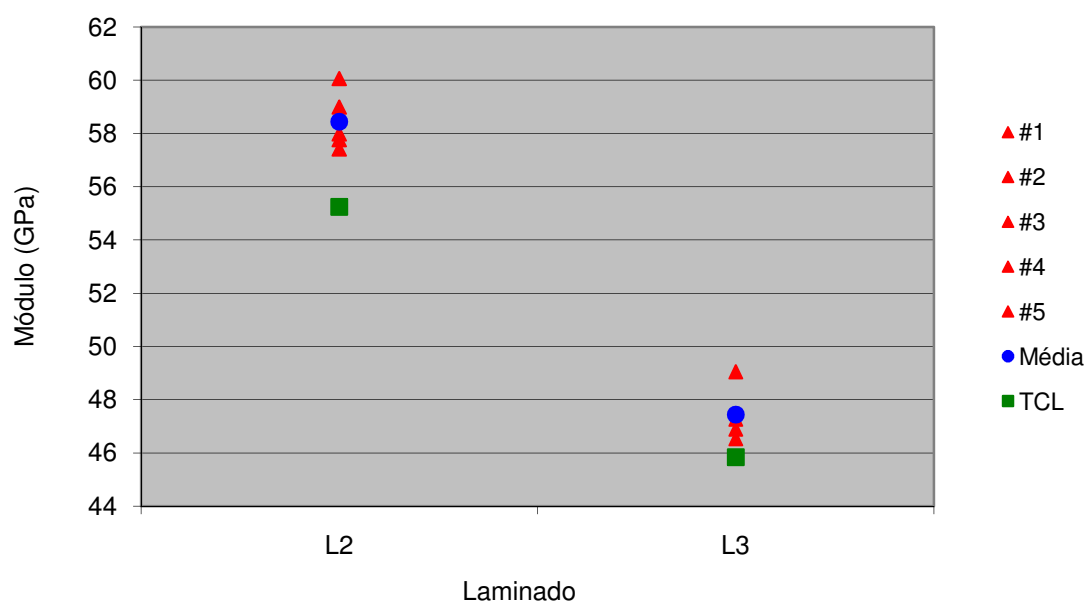


Figura 4.6 Módulo de elasticidade medido para cada provete, valor médio da amostra e previsão da TCL. Os desvios padrão foram 1.8 e 2.4 % para os laminados L2 e L3, respectivamente.

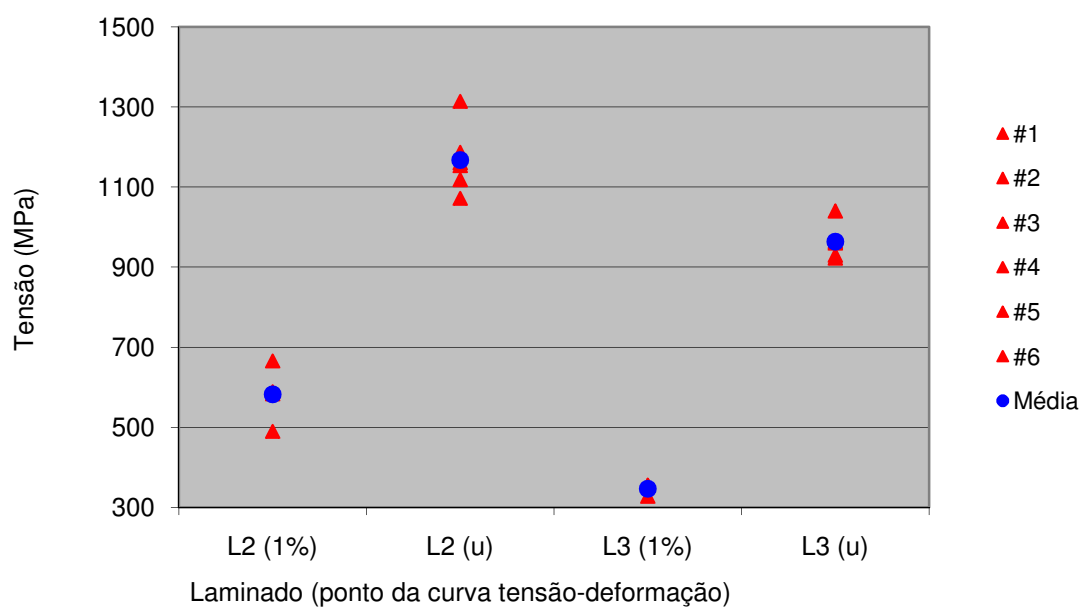


Figura 4.7 Tensões medidas a 1 % de perda de rigidez e à rotura: valores de cada provete e valor médio.

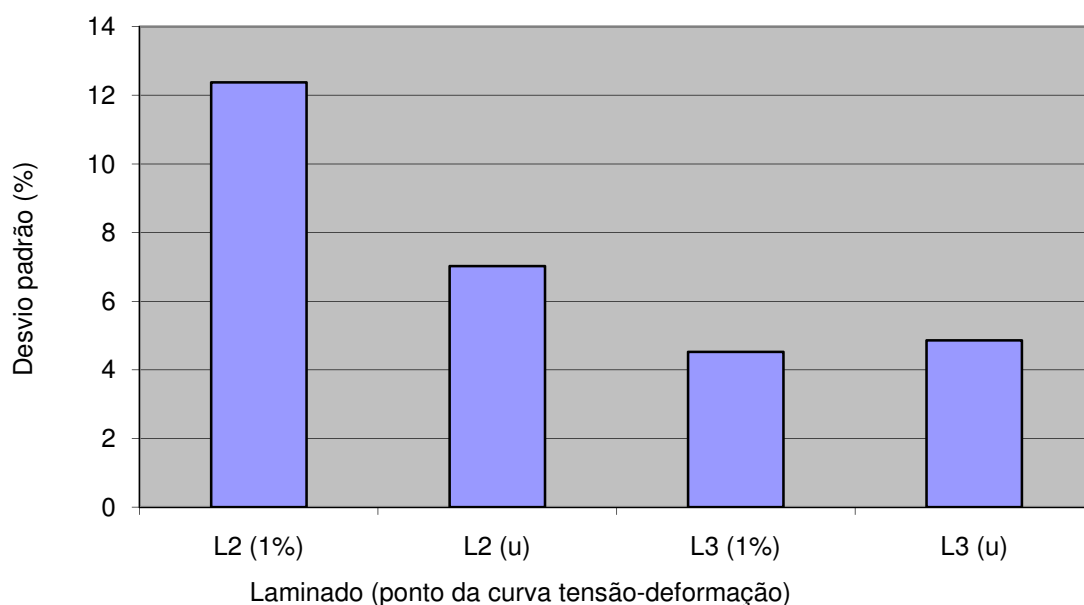


Figura 4.8 Desvios padrão das tensões apresentadas na figura 4.7.

Finalmente, recorreu-se à Teoria Clássica dos Laminados (TCL) para obter as tensões nas camadas a 0° e a 90° . Como os provetes tinham menores espessuras do que as nominais, o que significa maior teor de fibra, usaram-se valores das propriedades elásticas da camada ligeiramente diferentes dos da tabela 2.1. Assim, atendendo a estudos recentes com este material, adoptou-se $E_2 = 8.7$ GPa. Por outro lado, o valor de E_1 , com maior impacto no módulo do laminado, foi variado de provete para provete de modo a ajustar o valor do módulo efectivamente medido.

A figura 4.9 apresenta as tensões transversais nas camadas a 90° nos pontos de perda de 1 % de rigidez ($\sigma_{2,1\%}$) e de rotura ($\sigma_{2,u}$). Estas últimas são muito semelhantes para os dois laminados, atingindo valores muito elevados. Isto deve-se ao facto da TCL dar uma tensão média que não tem em conta a transferência de carga para as zonas não fissuradas e para as camadas a 0° . Por outro lado, as tensões $\sigma_{2,1\%}$, que dão uma ideia do início da fissuração transversal, diminuem do laminado L2 para o L3, com mais camadas a 90° agrupadas, o que está de acordo com a literatura existente (ver capítulo 1). Notar que estas tensões são apenas estimativas, e que há maior dispersão nas tensões calculadas para o laminado L2, que tem menos camadas a 90° . Não obstante, o valor de $\sigma_{2,1\%}$ do laminado L3 está em boa

concordância com valores medidos recentemente para a tensão de rotura à tracção transversal de laminados unidireccionais $[90^\circ]_n$ (61 MPa).

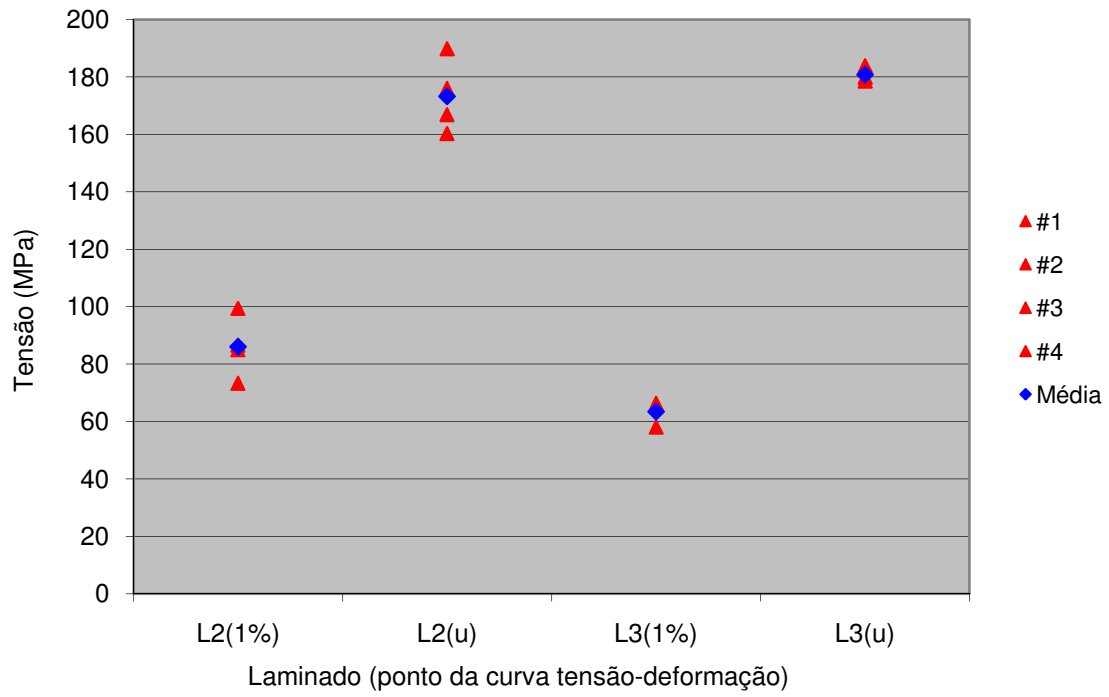


Figura 4.9 Tensões transversais σ_2 nas camadas a 90° nos pontos de perda de 1 % de rigidez e de rotura do laminado.

Calcularam-se também as tensões longitudinais σ_1 nas camadas a 0° no momento de rotura (figura 4.10), tendo-se obtido valores muito elevados. De facto, em estudos anteriores com provetes unidireccionais $[0^\circ]_n$ tinha-se obtido uma tensão de rotura média de 2100 MPa. Compreende-se assim a impossibilidade de ensaiar os provetes L1 na máquina de ensaios disponível.

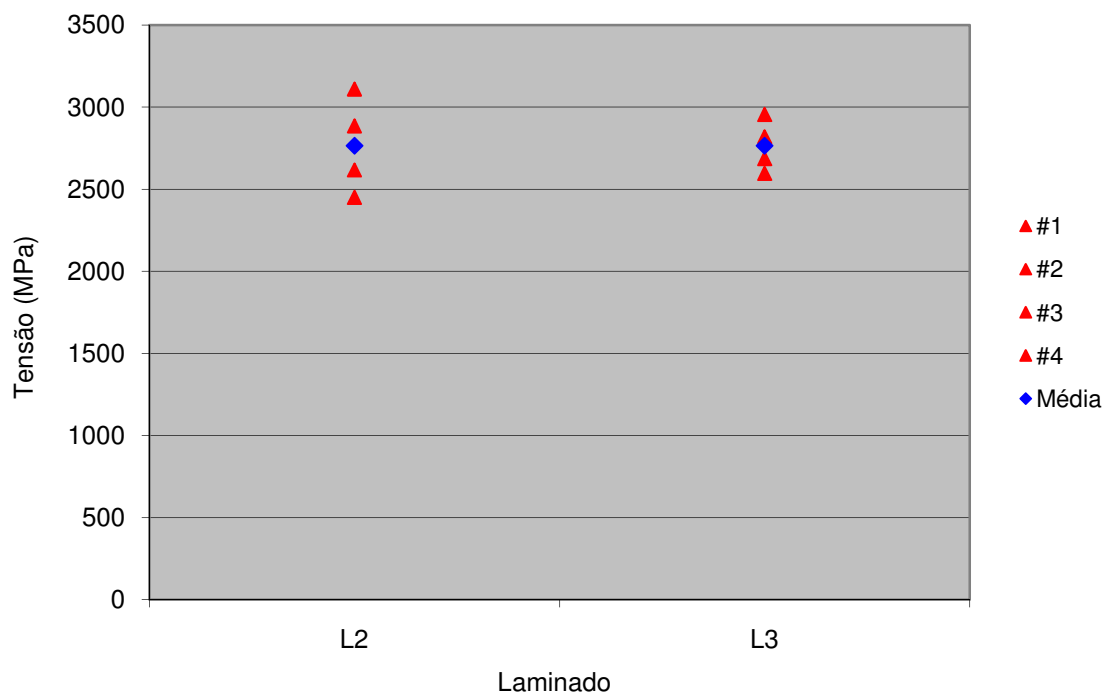


Figura 4.10 Tensões longitudinais σ_1 nas camadas a 0° à rotura do laminado.

4.2. ENSAIOS DE FLEXÃO

As figuras 4.11 a 4.13 apresentam curvas carga-deslocamento típicas dos provetes L1 = $[(0/90)_6/0]$, L2 = $[(0/90_2)_4/0]$ e L3 = $[(0/90_3)_3/0]$. Verificaram-se desvios relevantes da linearidade desde valores de carga relativamente baixos até um primeiro pico de carga, ao que se seguiu desenvolvimento de dano apreciável.

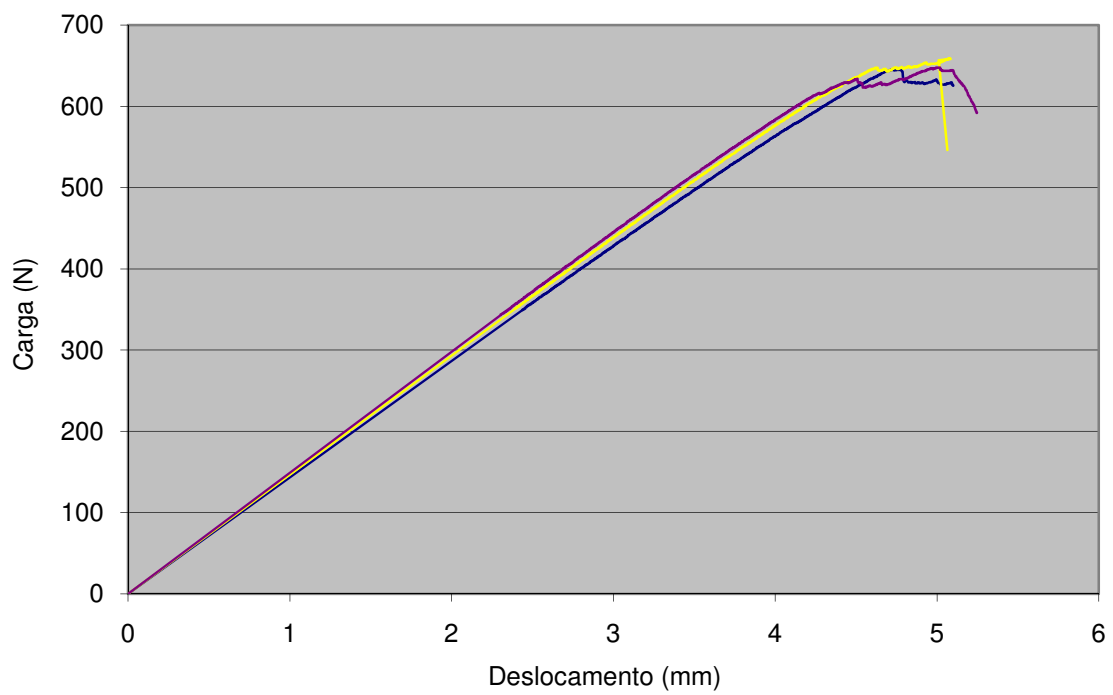


Figura 4.11 Curvas carga-deslocamento típicas de laminados L1 = $[(0/90)_6/0]$.

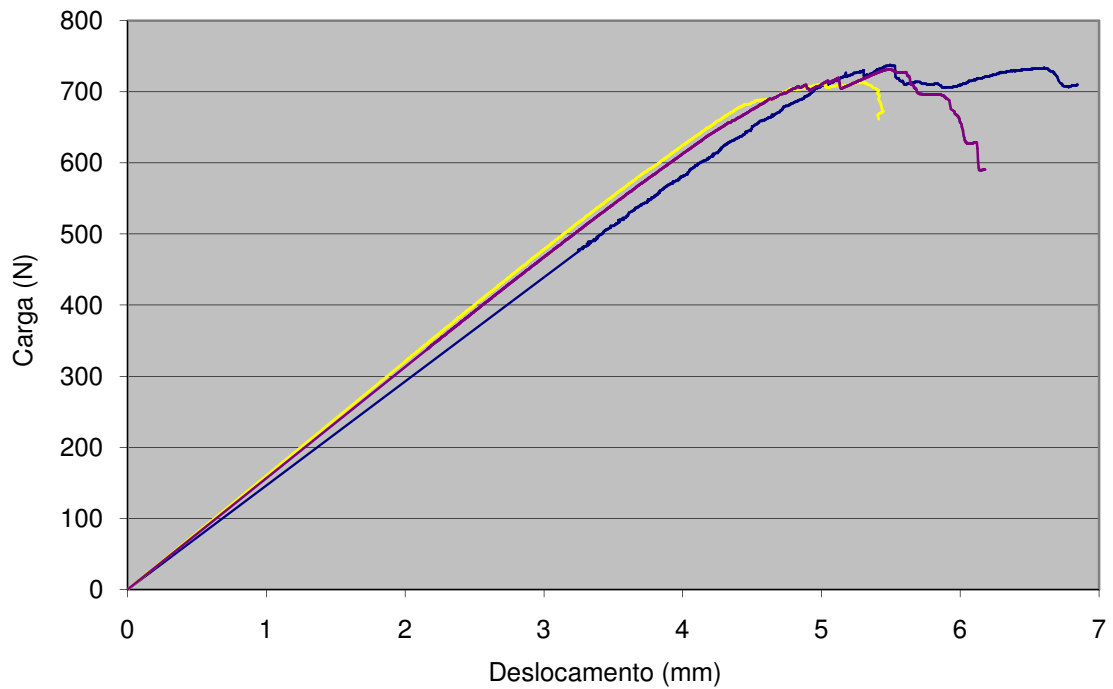


Figura 4.12 Curvas carga-deslocamento típicas de laminados L2 = $[(0/90)_4/0]$.

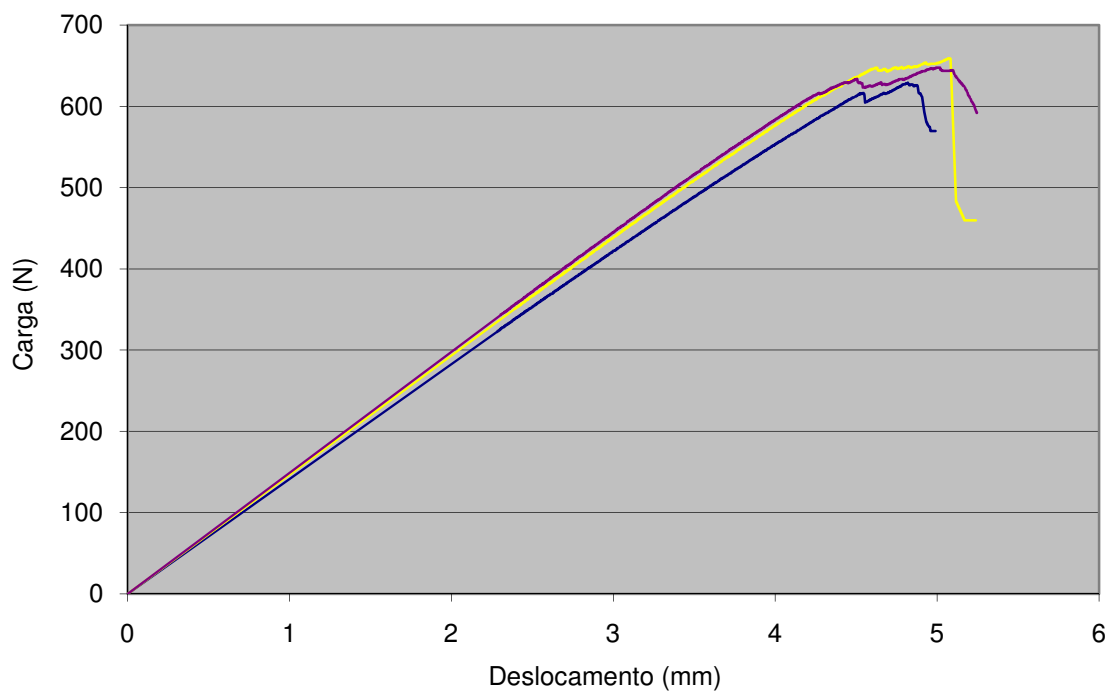


Figura 4.13 Curvas carga-deslocamento típicas de laminados L3 = $[(0/90_3)/0]$.

Observações efectuadas durante os ensaios permitiram concluir que o modo de rotura final envolveu encurvadura com delaminação da camada a 0° externa sujeita a compressão (figuras 4.14 e 4.15).

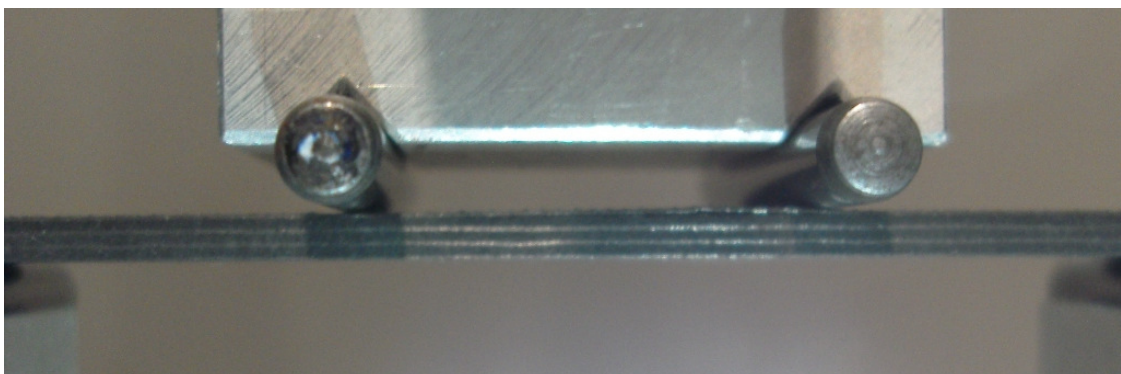


Figura 4.14 Fotografia de provete à flexão do laminado L3 = $[(0/90_3)/0]$ tirada após rotura e descarga.

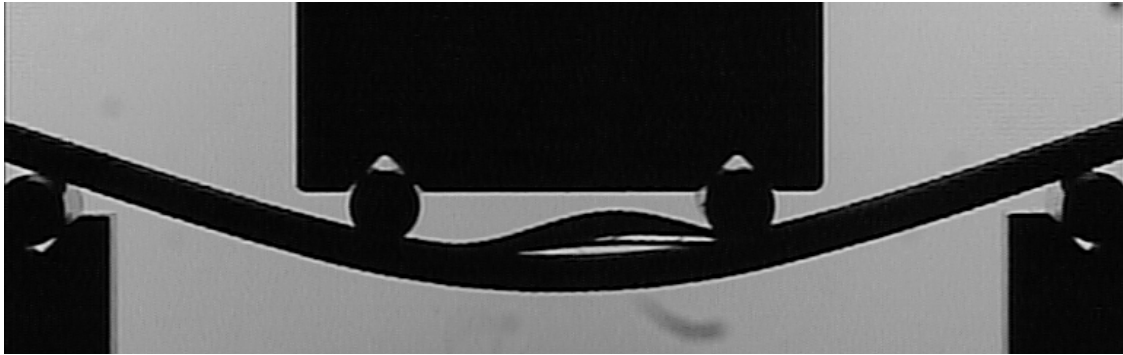


Figura 4.15 Fotografia da rotura de provete durante o ensaio de flexão.

Por outro lado, observações dos bordos dos provetes ao microscópio óptico não revelaram fissuração transversal nas camadas a 90° mais próximas da superfície inferior (figuras 4.16 a 4.18), sujeita a tracção. Logo, os desvios de linearidade acima referidos não foram causados por fissuração, mas muito provavelmente pelo comportamento σ_2 - ϵ_2 não linear das camadas a 90° , facto que contrasta com o comportamento praticamente linear até a rotura medido anteriormente em ensaios de provetes unidireccionais.

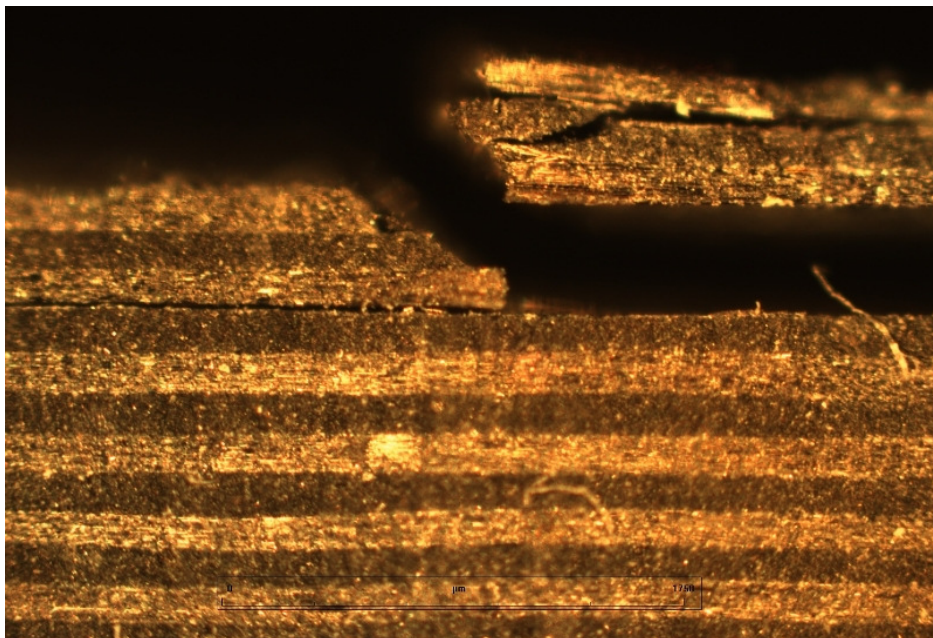


Figura 4.16 Fotografia captada por microscópio do bordo de um provete do laminado L1 = $[(0/90_6/0)]$.

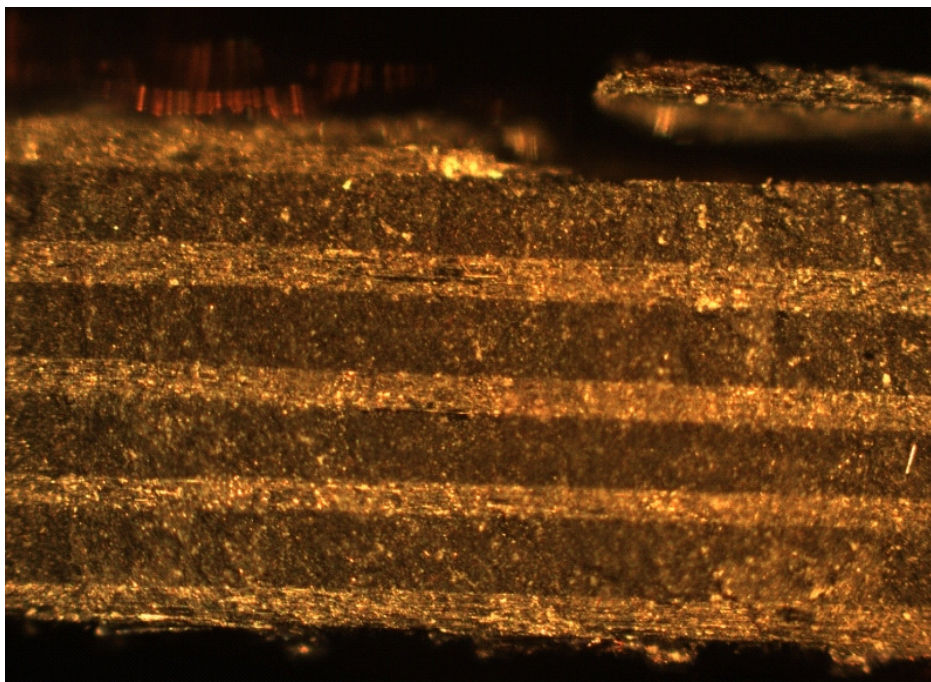


Figura 4.17 Fotografia captada por microscópio do bordo de um provete do laminado L2 = $[(0/90_2)_4/0]$.

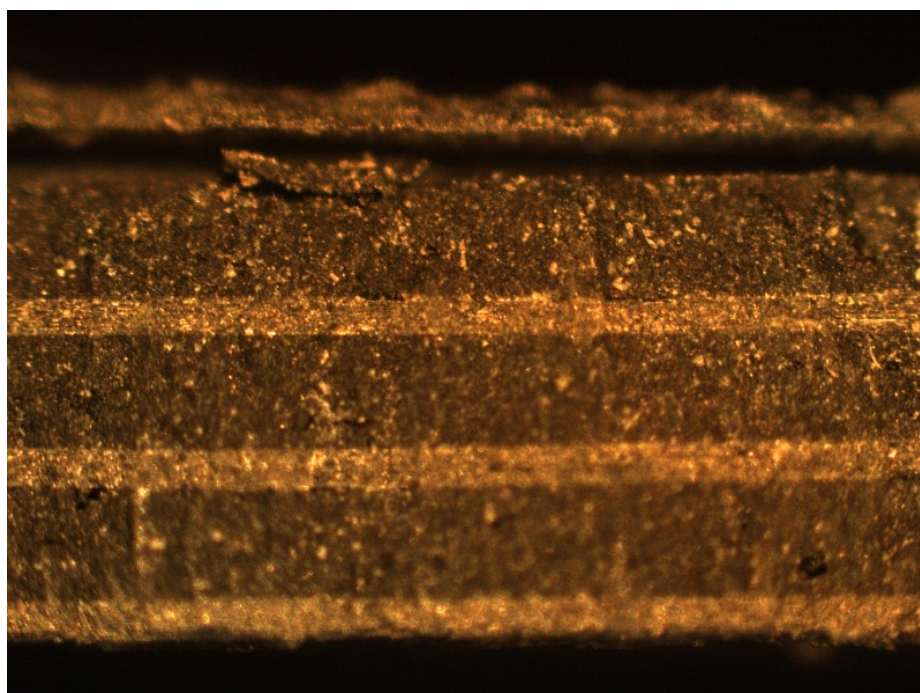


Figura 4.18 Fotografia captada por microscópio do bordo de um provete do laminado L3 = $[(0/90_3)_3/0]$.

Os módulos à flexão (figura 4.19) obtidos da zona linear inicial das curvas carga-deslocamento tiveram dispersões relativamente baixas (figura 4.20), mas ficaram 3.8 a 5.1 % acima dos valores previstos pela TCL com os valores nominais das propriedades elásticas (tabela 2.1). Tal deve-se ao facto já referido dos laminados terem apresentado

maior teor de fibra, pois tinham espessuras médias inferiores à nominal.

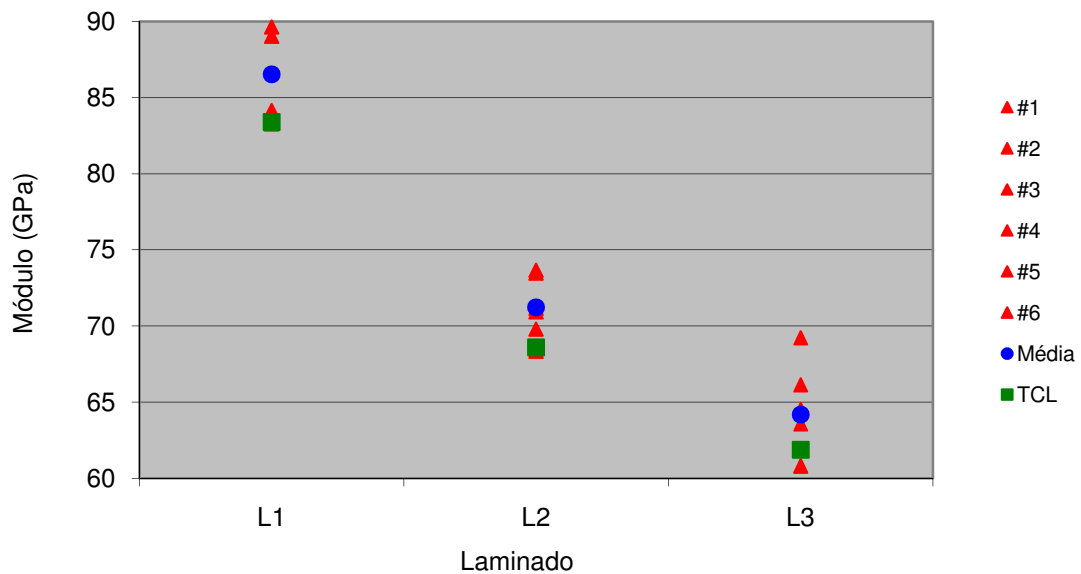


Figura 4.19 Módulo à flexão de cada provete, valor médio da amostra e previsão da TCL.

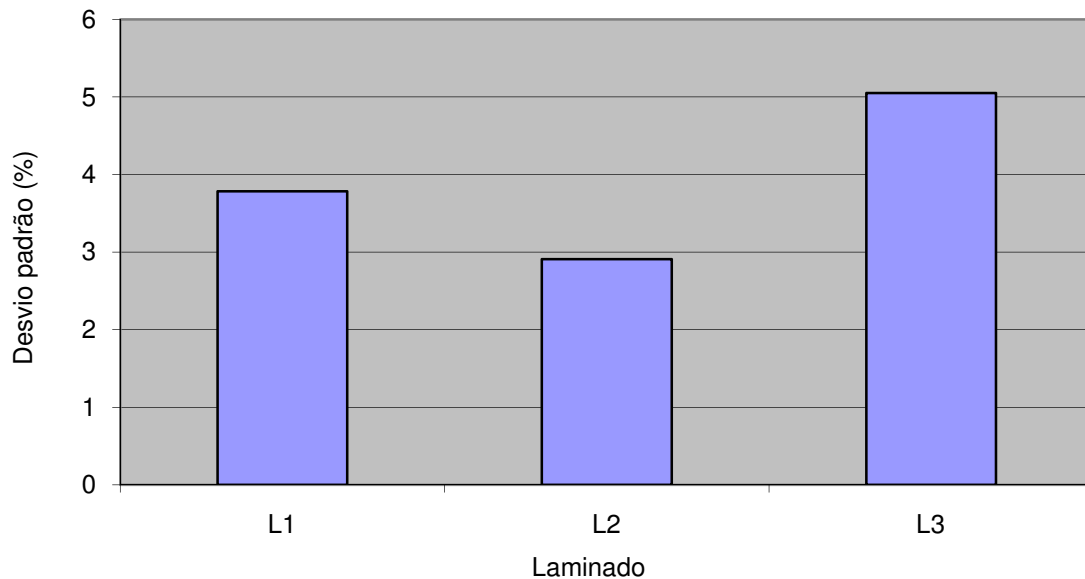


Figura 4.20 Desvios padrão dos módulos apresentados na figura 4.19.

Para caracterizar a resistência dos laminados definiram-se também nas curvas carga-deslocamento pontos de perda de 1 % e de 5 % de rigidez, bem como o ponto de rotura, correspondente ao primeiro pico de carga. As figuras 4.21 e 4.22 resumem os resultados,

sendo de referir os seguintes pontos:

- a ordem de resistência dos laminados está conforme à fracção de camadas a 0°;
- os pontos de 5 % de perda de rigidez ficaram muito próximos do primeiro pico de carga para todos os laminados;
- a dispersão nos resultados foi relativamente baixa.

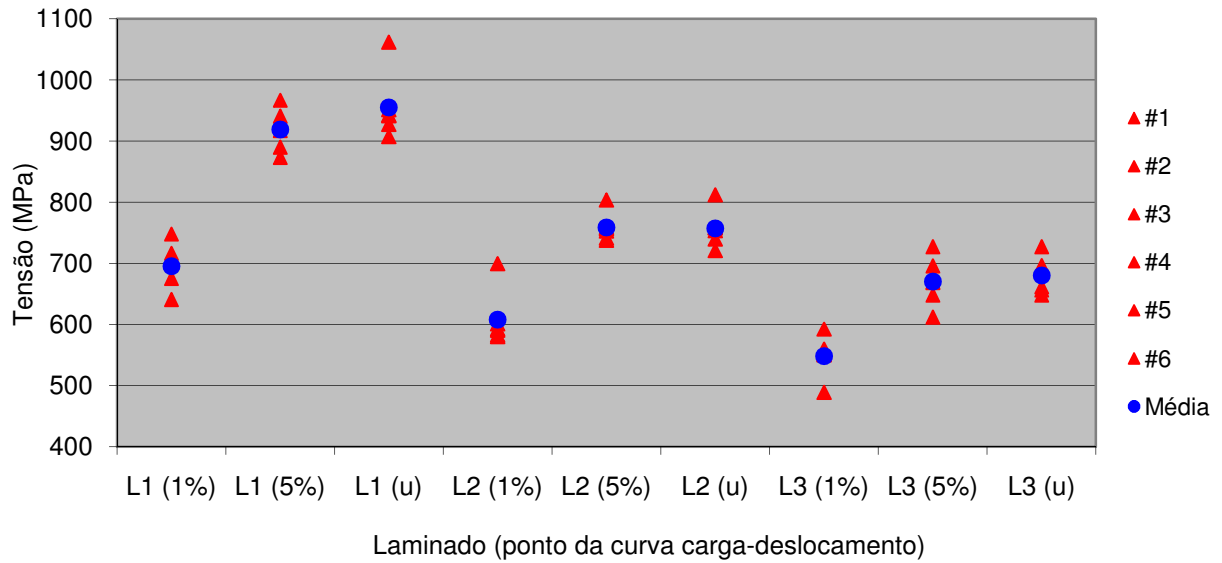


Figura 4.21 Tensões medidas a 1 % e 5 % de perda de rigidez e à rotura: valores de cada provete e valor médio.

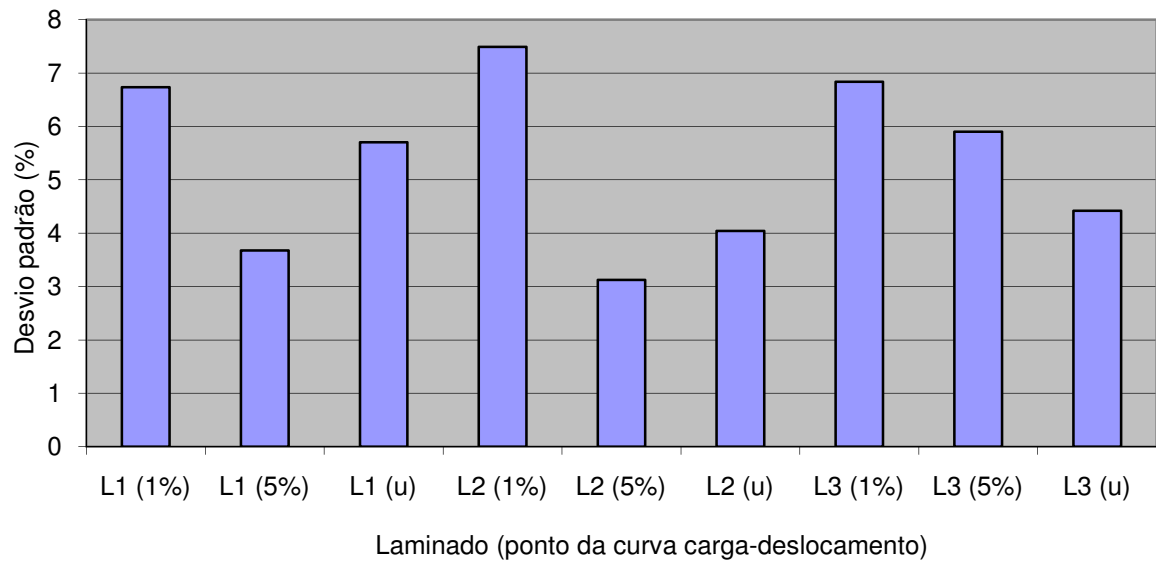


Figura 4.22 Desvios padrão das tensões apresentadas na figura 4.21.

Finalmente, calcularam-se a partir da TCL as tensões transversais nas camadas a 90° nos pontos de perda de 1 % de rigidez ($\sigma_{2,1\%}$) e de rotura ($\sigma_{2,u}$) (figura 4.23), assim como as tensões longitudinais σ_1 nas camadas a 0° (figura 4.24). As tensões $\sigma_{2,1\%}$ e $\sigma_{2,u}$ foram muito semelhantes para todos os laminados. Por seu turno, as tensões σ_1 nas camadas a 0° foram muito inferiores às calculadas nos ensaios de tracção (figura 4.10), devido à encurvadura das camadas à superfície (figura 4.15).

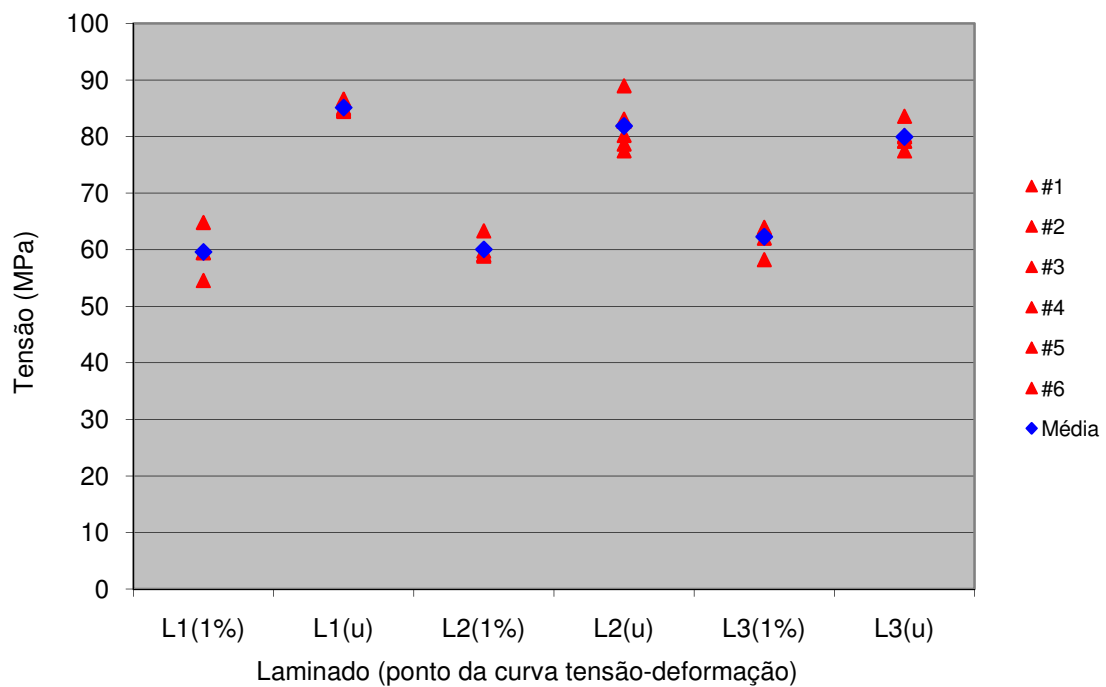


Figura 4.23 Tensões transversais σ_2 nas camadas a 90° nos pontos de perda de 1 % de rigidez e de rotura.

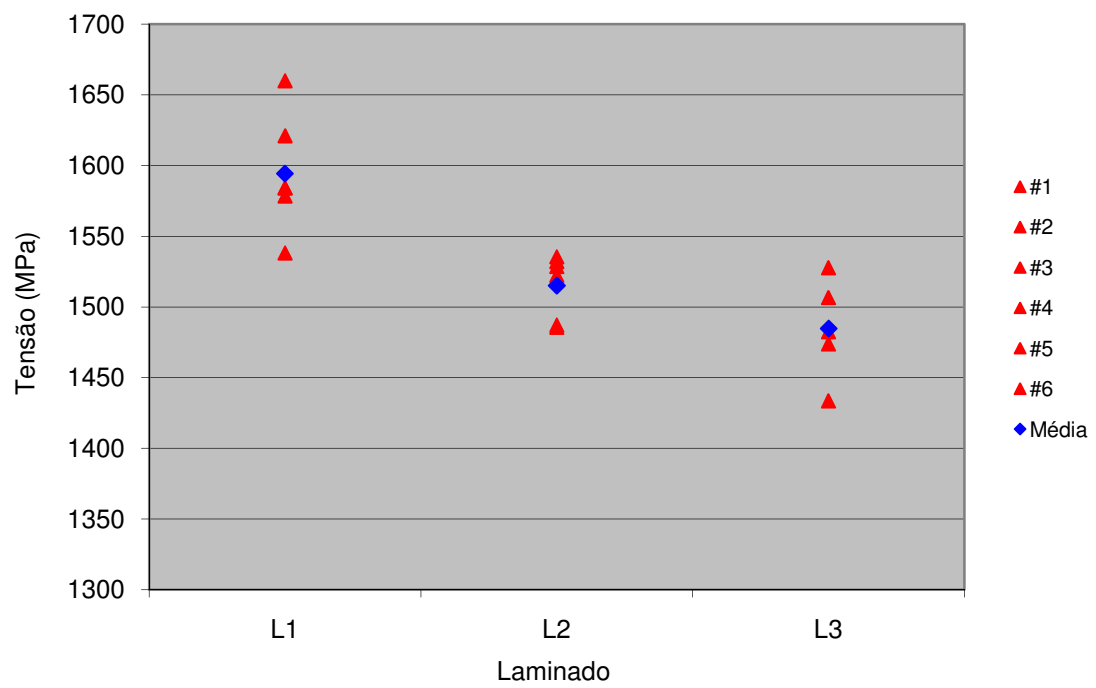


Figura 4.24 Tensões longitudinais σ_1 nas camadas a 0° à rotura.

5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

As conclusões principais deste trabalho acerca da fissuração transversal em laminados cruzados são as seguintes:

- As perdas de rigidez causadas pela fissuração transversal em ensaios de tracção de laminados cruzados são muito pequenas, tornando difícil definir uma tensão de início de fissuração transversal. Apesar das referidas dificuldades, os resultados obtidos mostraram que a tensão de início de perda de rigidez foi menor para o laminado com mais camadas agrupadas a 90° , o que está de acordo com a literatura.
- Os ensaios de flexão indicaram que o comportamento tensão-deformação não-linear das camadas a 90° desempenha também um papel relevante nas perdas de rigidez dos laminados.
- A rotura das camadas a 0° externas por encurvadura com delaminação é um obstáculo ao estudo da fissuração transversal em ensaios de flexão.

Face a estas conclusões e atendendo ao estado do conhecimento, propõe-se que sejam desenvolvidos estudos futuros que:

- permitam caracterizar o comportamento tensão-deformação não-linear das camadas a 90° , aspecto que raramente é mencionado na literatura;
- recorram a outros tipos de laminados que não os cruzados, no sentido de aumentar o efeito das perdas de rigidez associadas à fissuração transversal.

REFERÊNCIAS

- [Adolfsson e Gudmundson, 1999] E. Adolfsson, P. Gudmundson. Matrix crack initiation and progression in composite laminates subjected to bending and extension. *International Journal of Solids and Structures*. 36: 3131-3169, 1999.
- [Barbero e Cortes, 2010] E. J. Barbero, D. H. Cortes. A mechanistic model for transverse damage initiation, evolution, and stiffness reduction in laminated composites. *Composites Part B*, 41: 124–132, 2010.
- [Dharani e Ji, 1995] L. R. Dharani, F. S. Ji. Effect of Transverse Cracking on Stiffness Reduction of Cross-Ply Laminates. *Applied Composite Materials*, 2: 217-231, 1995.
- [Flaggs e Kural, 1982] D. L. Flaggs, M. H. Kural. Experimental determination of the in situ transverse lamina strength in graphite/epoxy laminates. *Journal of Composite Materials*, 16: 103–115, 1982.
- [Garret e Bailey, 1977] K. W. Garrett, J. E. Bailey. Multiple transverse fracture in 90° cross-ply laminates of a glass fibre-reinforced polyester. *Journal of Material Science*, 12: 157–168, 1977.
- [Gudmundson e Alpman, 2000] P. Gudmundson, J. Alpman. Initiation and growth criteria for transverse matrix cracks in composite laminates. *Composites Science and Technology*, 60: 185-195, 2000.
- [Hodgkinson 2000] J. M. Hodgkinson. *Mechanical testing of advanced fibre composites*. Woodhead Publishing Ltd, 2000.
- [Maimi e outros, 2007a] P. Maimi, P. P. Camanho, J. A. Mayugo, C. G. Dávila. A continuum damage model for composite laminates: Part I – constitutive model. *Mechanics of Materials*, 39: 897–908, 2007.
- [Maimi e outros, 2007b] P. Maimi, P. P. Camanho, J. A. Mayugo, C. G. Dávila. A continuum damage model for composite laminates: Part II – computation implementation and validation. *Mechanics of Materials*, 39: 909–919, 2007.
- [McCartney, 1993] L. N. McCartney. Analytical micromechanical models for the prediction of multiple cracking in composites. *Journal de Physique IV, Colloque C7*, supplement au Journal de Physique 111, 3: 1637-1646, 1993.
- [Morais e Pereira, 2007] A. B. de Morais, A. B. Pereira. Application of the effective crack method to mode I and mode II interlaminar fracture of carbon/epoxy

- unidirectional laminates. *Composites Part A*, 38: 785-794, 2007
- [Moura e outros, 2009] M. Moura, A. Morais, A. Magalhães. *Materiais compósitos: materiais, fabrico e comportamento mecânico*. Publindústria, 2009.
- [Nairn, 2000] J. A. Nairn. Matrix microcracking in composites. In: Talreja R, Manson JAE, editors. *Polymer matrix composites*. Amsterdam: Elsevier; p. 403–32, 2000.
- [Ogi, 2003] K. Ogi. Influence of thermal history on transverse cracking in a carbon fiber reinforced epoxy composite. *Advanced Composite Materials*, 11: 265-275, 2003.
- [Paris e outros, 2010] F. París, A. Blázquez, L. N. McCartney, A. Barroso. Characterization and evolution of matrix and interface related damage in $[0/90]_s$ laminates under tension. Part II: Experimental evidence. *Composites Science and Technology*, 70: 1176–1183, 2010.
- [Singh e Talreja, 2010] C. V. Singh, R. Talreja. Evolution of ply cracks in multidirectional composite laminates. *International Journal of Solids and Structures*, 47: 1338–1349, 2010.
- [Smith e outros, 1998] P. A. Smith, L. Boniface, N. F. C. Glass. A comparison of transverse cracking phenomena in $(0/90)_s$ and $(90/0)_s$ CFRP Laminates. *Applied Composite Materials*, 5: 11-23, 1998.
- [Smith e Ogin, 1999] P. A. Smith, S. L. Ogin. On transverse matrix cracking in cross-ply laminates loaded in simple bending. *Composites Part A*, 30: 1003-1008, 1999.
- [Smith e Ogin, 2000] P. A. Smith, S. L. Ogin. Characterization and modelling of matrix cracking in a $(0/90)(2s)$ GFRP laminate loaded in flexure *Proceedings of the Royal Society of London Series A – Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 456: 2755-2770, 2000.
- [Surgeon e outros, 1999] M. Surgeon, E. Vanswijghoven, M. Wevers, O. Van Der Biest. Transverse cracking and Poisson's ratio reduction in cross-ply carbon fibre-reinforced polymers. *Journal of Materials Science*, 34: 5513 – 5517, 1999.
- [Varna e outros, 1999] J. Varna, R. Joffe, N. V. Akshantala, R. Talreja. Damage in composite laminates with off-axis plies. *Composites Science and Technology*, 59: 2139-2147, 1999.
- [Yokozeki e outros, 2005] T. Yokozeki, T. Aoki, T. Ogasawara, T. Ishikawa. Effects of layup angle and ply thickness on matrix crack interaction in contiguous plies of composite laminates. *Composites: Part A*, 36: 1229–1235, 2005.